Оценка уровня интерференций для сигналов с OFDM-модуляцией

О.А. Шорин, профессор МТУСИ, д.т.н.; oshorin@gmail.com
Р.С. Аверьянов, аспирант МТУСИ; roman3178823@gmail.com

УДК 621.396

Аннотация. *Описывается подробный расчет влияния межсимвольной интерференции и интерференции между поднесущими. Раскрыта техника вывода данных соотношений и модель, для которой они справедливы. Проведен анализ весовых функций, определяющий, в какой степени импульсная реакция проявляется в энергетике полезного сигнала, межсимвольных и межподнесущих помех.*

Ключевые слова: *широкополосные системы связи, OFDM-модуляция, уровень интерференции, многолучевость.*

ВВЕДЕНИЕ

В системах мобильной связи 4G используются сигналы с OFDM-модуляцией. Для создания сетей общего пользования применяется стандарт LTE, а для корпоративных пользователей сетей мобильного широкополосного доступа предполагается использовать стандарт NG-1 (McWiLL, Маквилл). Для определения наиболее «комфортных» или оптимальных условий применения этих стандартов необходимо иметь возможность уменьшить влияние различных факторов на работоспособность радиоинтерфейсов. В связи с этим первым шагом должно стать исследование межсимвольной интерференции (ISI) и интерференции между поднесущими (ICI) в сигналах с OFDM-модуляцией (или сокращенно в сигналах OFDM).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

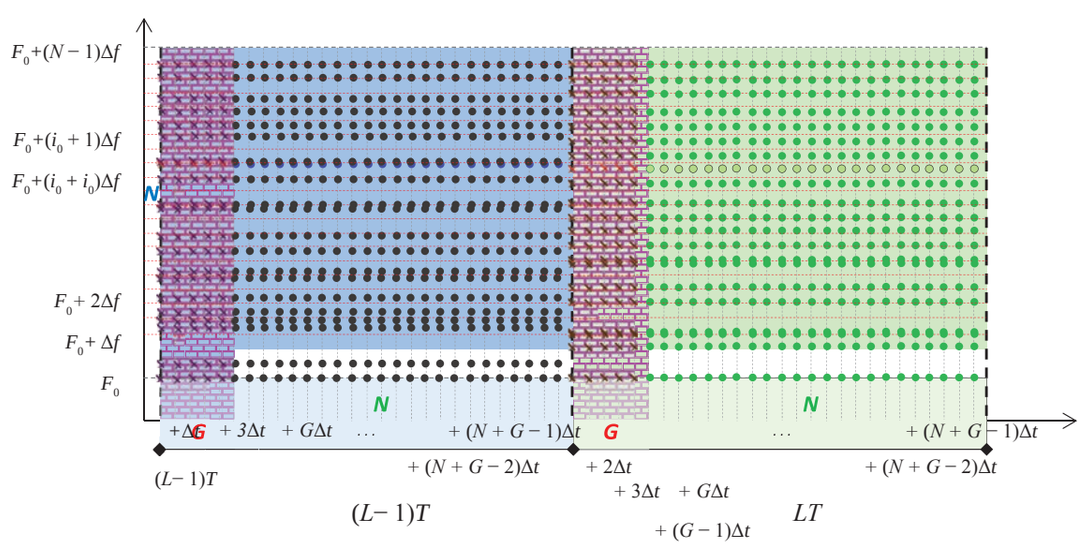
Сигналы с OFDM имеют структуру, показанную на рис. 1.

В каждый момент времени передаются N гармонических поднесущих, в амплитудах и фазах которых содержится информация. В комплексной форме это можно записать как

$$S(t)=\sum_{i=0}^{N-1} I(i,L)\,e^{j2\pi(F_0+i\Delta f)t}, \qquad (1)$$

где $I(i, L)$ – комплексная амплитуда поднесущей с номером $i\in[0,N-1]$; L – номер тактового интервала; $t\in[(L-1)T, LT)$; $\Delta f = 1/(N\Delta t)$ – разнос частот поднесущих; $\Delta t = T/(N+G)$ – интервал дискретизации при вычислении FFT; F_0 – несущая частота; $S(t)$ – полезный сигнал в комплексной форме представления; j – мнимая единица; T – длительность передачи элементарного ➤

Рисунок 1
Частотно-временная структура сигнала с модуляцией OFDM



➤➤ символа OFDM (66,(6)+4,6875 = 71,3541(6) мкс – для большинства режимов LTE и 128 + 6+3,5 = 137,5 мкс – для стандартного режима NG).

Искажения идеального сигнала (1) в реальных условиях можно представить как результат прохождения идеального полезного сигнала через некоторую линейную систему (в виде линии задержки с отводами). Дискретность искажающей системы, конечно, является определенным приближением, но для практических приложений она вполне подходит. Тогда, реальный сигнал будет иметь вид:

$$S_{real}(t) = \sum_{k=0}^{K_{max}} h(k) S(t - k\Delta t), \qquad (2)$$

где $h(k)$ – комплексная импульсная реакция канала передачи, включающая результат прохождения сигнала через фильтры с конечной полосой пропускания в приемном устройстве. Чтобы снизить негативное влияние от многолучевости и переходных процессов, возникающих на тактовых переходах, в сигнал введены так называемые защитные интервалы размером $G\Delta t$. Они расположены в самом начале тактовых интервалов (рис. 1).

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИОННОГО СИМВОЛА

Выберем для рассмотрения поднесущую с номером i_0, как показано на рис. 1. Тогда ее информационный символ $I(i_0, L)$ становится полезной информацией, а мешающими будут сигналы, проникающие как с предыдущего такта $(L - 1)$, так и с соседних поднесущих такта L.

Обработка для выделения информационного символа $I(i_0, L)$ для техники FFT и DFT сводится к тому, что N отсчетов, снятых на выходе схемы стробирования в моменты $(LT + G\Delta t, LT + (G + 1)\Delta t, LT + (G + 2)\Delta t, \ldots, LT + (N + G - 1)\Delta t)$ умножают на комплексную опорную гармонику с отсчетами

$$\left(1, e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)\Delta t}, e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)2\Delta t}, \ldots, e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(N-1)\Delta t}\right). \qquad (3)$$

Затем результаты складывают.

Проведем исследование межсимвольной интерференции ISI и интерференции между поднесущими ICI в сигналах с OFDM-модуляцией. Определим сначала, как будут проявляться на выходе такой обработки все сигналы, переданные на предыдущем тактовом интервале $(L - 1)T$. Для этого введем упрощающую модель статистической связи между отсчетами импульсной реакции канала $h(k)$ и между информационными символами $I(i, L)$. Модель будет описывать исключительно корреляционные соотношения:

$$h(k)h^*(k') = \delta_{kk'}\left[h(k)\right]^2; \qquad (4)$$

$$I(i,L)I^*(i',L') = \delta_{ii'}\delta_{LL'}\left[I\right]^2. \qquad (5)$$

Здесь * обозначает операцию комплексного сопряжения; < > – операцию статистического усреднения; $\delta_{kk'}$ – символ Кронекера; $[h(k)]^2$ – математическое ожидание для квадрата амплитуды отсчета импульсной реакции в момент $k\Delta t$; $[I]^2$ – математическое ожидание уровня информационного символа, передаваемого на отдельной поднесущей.

Кроме того, положим, что начиная с защитного интервала предыдущей информационной посылки $(L - 1)T$ воздействие на рабочую область текущей информационной посылки исчезает. Иными словами,

$$[h(k)]^2 \text{ при } k > (N + G - 1). \qquad (6)$$

Соотношение (4) означает, что отсчеты импульсной реакции канала, снятые в различные дискретные моменты, не коррелируют; выражение (5) показывает, что информационные посылки на поднесущих и соседних тактах не коррелируют (статистически независимы); соотношение (6) дает обоснование того, что через один тактовый интервал влияние исчезает.

Используя (4)–(6), запишем выражение для суммарной составляющей, проникающей с предыдущего такта $(L - 1)$ в дискретный отсчет $LT + n\Delta t$, где $(G - 1) < n < (N + G)$:

$$\sum_{k=n+1}^{N+G}\sum_{i=0}^{N-1} I(i,L-1)h(k)e^{j2\pi(F_0+i\Delta f)((N+G)+n-k)\Delta t}. \qquad (7)$$

Во внешней сумме в (7) начальное значение k принято равным $(n + 1)$, так как рассматриваем проникновение компонент только от предыдущего информационного такта. В момент $LT + n\Delta t$ компонента (7) в ветке обработки FFT, связанной с выделением сигнала поднесущей i_0, будет перемножена на $e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)n\Delta t}$ и получаем

$$\sum_{k=n+1}^{N+G}\sum_{i=0}^{N-1} I(i,L-1)h(k)e^{j2\pi\left[(F_0+i\Delta f)(N+G)-(F_0+i_0\Delta f)k+(i-i_0)(n-k)\Delta f\right]\Delta t}. \qquad (8)$$

Для того чтобы найти уровень (мощность) компоненты (8) ее нужно сначала просуммировать по n, потом подвергнуть операции комплексного сопряжения и возвести в квадрат. Затем усреднить с помощью (4)–(5). В результате получим

$$\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{n'=G}^{N+G-1}\sum_{k=n+1}^{N+G}\sum_{k'=n'+1}^{N+G}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{i'=0}^{N-1}\left[h(k)\right]^2\left[I\right]^2\delta_{kk'}\delta_{ii'}\times$$
$$\times e^{j2\pi\left[(i-i')(N+G)\Delta f-(F_0+i_0\Delta f)(k-k')+((i-i_0)(n-k)-(i'-i_0)(n'-k'))\Delta f\right]\Delta t} = \qquad (9)$$
$$= \left[I\right]^2\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{n'=G}^{N+G-1}\sum_{k=n+1}^{N+G}\sum_{i=0}^{N-1}\left[h(k)\right]^2 e^{j2\pi(i-i_0)(n-n')\Delta f\Delta t}.$$

Так как $N\Delta f\Delta t = 1$, то внутренняя сумма по i в (9) всегда будет равна 0 при $n \neq n'$ и N – при $n = n'$. Отсюда следует, что (9) упрощается до

$$N\left[I\right]^2\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=n+1}^{N+G}\left[h(k)\right]^2. \qquad (10)$$

Изменяем порядок суммирования и суммируем по-

следовательно по горизонтальным линиям, как показано на рис. 2. При этом выражение $[h(k)]^2$ не изменяется при прохождении аргумента вдоль линий. Учитывая (6), можно записать:

$$N[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G}\sum_{n=G}^{k-1}\left[h(k)\right]^2=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G}N(k-G)\left[h(k)\right]^2= \quad (11)$$

$$=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G-1}N(k-G)\left[h(k)\right]^2.$$

Соотношение (11) содержит как энергию компонент, проникших с такта $(L-1)$ от соседних с i_0 поднесущих, так и от компоненты поднесущей с номером i_0. Однако последнюю принято рассматривать отдельно как ISI. Это классическое устоявшееся понятие. Поэтому ее нужно вычесть из общего соотношения (11). Для этого проведем расчет ISI отдельно.

РАСЧЕТ ISI

Запишем компоненту ISI в дискретный момент $LT+n\Delta t$:

$$\sum_{k=n+1}^{N+G}I(i_0,L-1)h(k)e^{j2\pi(F_0+i_0\Delta f)((N+G)+n-k)\Delta t}. \quad (12)$$

При вычислении FFT для компоненты поднесущей i_0 на такте L отсчеты (12) будут перемножаться на $e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)n\Delta t}$ и далее суммироваться по индексу моментов n в пределах $[G, N+G-1]$. Получаем результат в виде двукратной суммы

$$e^{j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(N+G)\Delta t}\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=n+1}^{N+G}I(i_0,L-1)h(k)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)k\Delta t}. \quad (13)$$

Множителем $e^{j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(N+G)\Delta t}$ в (13) можно пренебречь, поскольку он описывает некоторый поворот фазы результирующей ISI компоненты, а, следовательно, никак не влияет на энергию. Поэтому для расчета уровня ISI вместо (13) можем рассматривать

$$\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=n+1}^{N+G}I(i_0,L-1)h(k)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)k\Delta t}. \quad (14)$$

Как показано на рис. 3, изменяем порядок суммирования, чтобы обеспечить постоянство слагаемых членов во внутренней сумме и тем самым снизить порядок суммирования в итоговом выражении

$$\sum_{k=G+1}^{N+G}I(i_0,L-1)(k-G)h(k)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)k\Delta t}. \quad (15)$$

Выполнив операцию сопряжения для (15), возведя в квадрат и произведя усреднение с учетом соотношений (4), (5), получаем выражение для уровня ISI. С учетом (6), запишем

$$\sum_{k=G+1}^{N+G}\sum_{k'=G+1}^{N+G}[I]^2\left[h(k)\right]^2\delta_{kk'}(k-G)(k'-G)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(k-k')\Delta t}=$$

$$=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G}(k-G)^2\left[h(k)\right]^2=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(k-G)^2\left[h(k)\right]^2. \quad (16)$$

Выражение (16) определяет уровень ISI. Вычитая его из (11), получим уровень помехи ICI, но только от поднесущих с предыдущего такта, т.е.

$$ICI(L-1)=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)(k-G)\left[h(k)\right]^2. \quad (17)$$

Чтобы найти полную энергию ICI, необходимо вычислить уровень компонент, проникающих от соседних поднесущих, транслируемых на такте L (там происходит передача полезной посылки OFDM на поднесущей i_0).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ВЫХОДЕ ОБРАБОТКИ НА ТАКТОВОМ ИНТЕРВАЛЕ LT

Техника такая же, как и в предыдущем случае. Сначала нужно найти уровень всех поднесущих, проникающих с такта L на выход ветки алгоритма, обрабатыва- ➤

Рисунок 2
Изменение порядка вычисления сумм для (10)

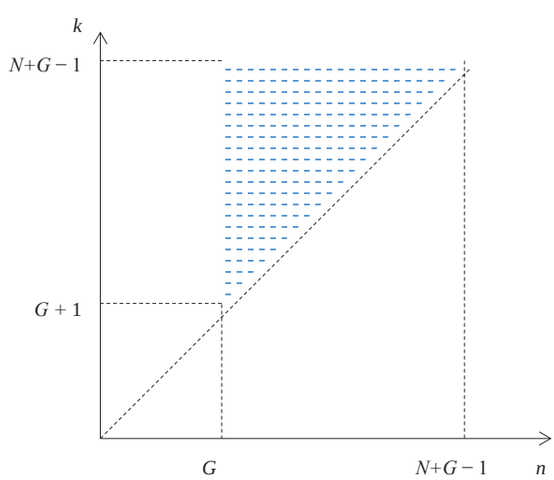
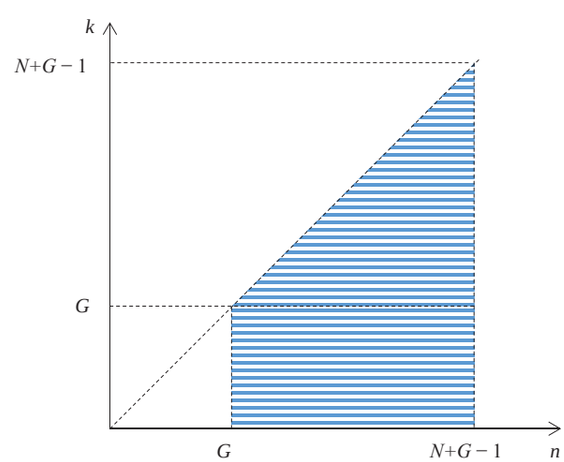


Рисунок 3
Область расчета с заменой порядка суммирования в (22)



➤➤ ющего сигнал на поднесущей i_0. Потом вычислить уровень самой полезной составляющей (продукта от поднесущей i_0). И, наконец, вычесть уровень полезной составляющей из общего уровня. В результате получим соотношение, определяющее уровень второй составляющей ICI (уже от поднесущих с такта L) и полезного сигнала.

Найдем уровень всех поднесущих. Так как они проникают с такта L, то порождающие отсчеты должны быть на этом такте. Конкретный дискретный отсчет $LT + n\Delta t$, где $(G-1) < n < (N+G)$, будет содержать

$$\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=0}^{N-1} I(i,L)h(k)e^{j2\pi(F_0+i\Delta f)(n-k)\Delta t}. \qquad (18)$$

В момент $LT + n\Delta t$ компонента (18) в ветке обработки FFT, связанной с выделением сигнала поднесущей i_0, будет перемножена на $e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)n\Delta t}$. Получим

$$\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=0}^{N-1} I(i,L)h(k)e^{-j2\pi F_0 k\Delta t}e^{-j2\pi k\Delta i\Delta f\Delta t}e^{j2\pi(i-i_0)n\Delta f\Delta t}. \qquad (19)$$

Продукт на выходе ветки FFT-преобразования, связанной с поднесущей i_0, получим путем суммирования по n соотношения (19)

$$\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=0}^{N-1} I(i,L)h(k)e^{-j2\pi F_0 k\Delta t}e^{-j2\pi ki\Delta f\Delta t}e^{j2\pi(i-i_0)n\Delta f\Delta t}. \qquad (20)$$

Уровень (20) определим путем последовательного применения операций: сопряжения, умножения продукта сопряжения на (20) и усреднения с помощью соотношений (4), (5):

$$\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=0}^{n}\sum_{i=0}^{N-1}\sum_{n'=G}^{N+G-1}\sum_{k'=0}^{n}\sum_{i'=0}^{N-1}[I]^2\left[h(k)\right]^2\delta_{ii'}\delta_{kk'}e^{-j2\pi F_0(k-k')\Delta t}\times$$

$$\times e^{-j2\pi(ki-k'i')\Delta f\Delta t}\times e^{j2\pi((i-i_0)n-(i'-i_0)n')\Delta f\Delta t} = \qquad (21)$$

$$=\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{n'=G}^{N+G-1}\sum_{k=0}^{min(n,n')}\sum_{i=0}^{N-1}[I]^2\left[h(k)\right]^2 e^{j2\pi(i-i_0)(n-n')\Delta f\Delta t}.$$

Так как $N\Delta f\Delta t = 1$, то внутренняя сумма по i в (21) всегда будет равна 0 при $n \neq n'$ и N – при $n = n'$. Отсюда следует, что (21) упрощается до

$$N[I]^2\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=0}^{n}\left[h(k)\right]^2. \qquad (22)$$

Для того чтобы упростить (22), нужно поменять порядок суммирования. Тогда двукратная сумма редуцируется до однократной, поскольку внутреннее суммирование допускает аналитическое вычисление, как показано на рис. 3.

Выражение $[h(k)]^2$, стоящее под суммами, сохраняется постоянным. При этом (22) преобразуется к форме двух слагаемых с однократным суммированием:

$$[I]^2\left(N^2\sum_{k=0}^{G}\left[h(k)\right]^2 + N\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)\left[h(k)\right]^2\right). \qquad (23)$$

Вычислим уровень полезной компоненты. Также как и при вычислении ISI, сначала получим отсчет полезной составляющей на выходе ветки алгоритма FFT, а потом найдем ее среднюю мощность (среднее значение квадрата амплитуды).

Полезная компонента в дискретные моменты $LT + n\Delta t$, где $(G-1) < n < (N+G)$, имеет вид

$$\sum_{k=0}^{n} I(i_0,L)h(k)e^{j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(n-k)\Delta t}. \qquad (24)$$

Как уже отмечалось, при преобразовании FFT производится умножение компонент (24) на $e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)n\Delta t}$, затем продукты суммируются по n в пределах $[G, N+G-1]$. Получаем

$$\sum_{n=G}^{N+G-1}\sum_{k=0}^{n} I(i_0,L)h(k)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)k\Delta t}. \qquad (25)$$

Выражение (25) упрощаем путем замены порядка суммирования в соответствии с пояснениями на рис. 3:

$$N\sum_{k=0}^{G} I(i_0,L)h(k)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)k\Delta t} +$$
$$+\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)I(i_0,L)h(k)e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)k\Delta t}. \qquad (26)$$

Из (26) легко находим выражение для уровня полезной компоненты. Для этого выполняем комплексное сопряжение (26), перемножаем результат на (26) и производим усреднение с использованием (4), (5):

$$[I]^2\left(N^2\sum_{k=0}^{G}\sum_{k'=0}^{G}\left[h(k)\right]^2\delta_{kk'}e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(k-k')\Delta t}+\right.$$
$$\left.+\sum_{k=G+1}^{N+G-1}\sum_{k'=G+1}^{N+G-1}\left[h(k)\right]^2\delta_{kk'}(N+G-k)(N+G-k')e^{-j2\pi(F_0+i_0\Delta f)(k-k')\Delta t}\right)=$$
$$=[I]^2\left(N^2\sum_{k=0}^{G}\left[h(k)\right]^2+\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)^2\left[h(k)\right]^2\right). \qquad (27)$$

Соотношение (27) определяет уровень полезного сигнала. Далее из (23) вычитаем (27). При этом получаем уровень ICI, проникающих с такта L:

$$[I]^2\left(N^2\sum_{k=0}^{G}\left[h(k)\right]^2+N\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)\left[h(k)\right]^2\right)-$$
$$-[I]^2\left(N^2\sum_{k=0}^{G}\left[h(k)\right]^2+\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)^2\left[h(k)\right]^2\right)= \qquad (28)$$
$$=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(k-G)(N+G-k)\left[h(k)\right]^2,$$

т.е.

$$ICI(L)=[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)(k-G)\left[h(k)\right]^2,$$

что совпадает с уровнем ICI от предшествующего такта. Складывая (17) и (28), получаем общий уровень ICI:

$$ICI = 2[I]^2\sum_{k=G+1}^{N+G-1}(N+G-k)(k-G)\left[h(k)\right]^2. \qquad (29)$$

Подводя итог, запишем полученные выражения для ISI (16):

$$ISI = [I]^2 \sum_{k=G+1}^{N+G-1} (k-G)^2 [h(k)]^2$$

и полезного сигнала (27)

$$P_s = [I]^2 \left(N^2 \sum_{k=0}^{G} [h(k)]^2 + \sum_{k=G+1}^{N+G-1} (N+G-k)^2 [h(k)]^2 \right).$$

Эти соотношения эквивалентны (5.20)–(5.22) [1, с. 137]. Правда в книге не раскрыта техника вывода этих соотношений и не оговорены условия модели, для которой они справедливы. Именно эту цель уточнения и преследовал проведенный анализ.

Обозначим весовые функции:

$W_{ICI} = (N + G - k)(k - G)$;

$W_{ISI} = (k - G)^2$;

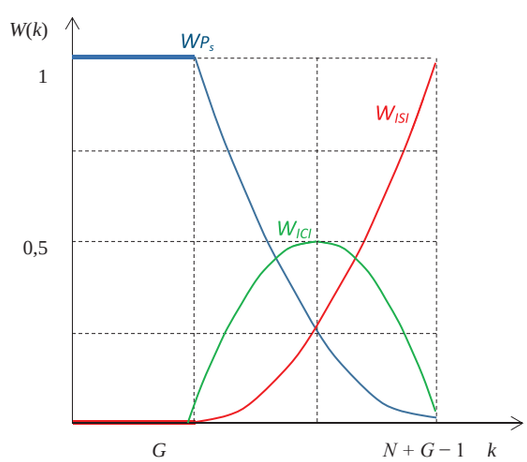
$W_{Ps} = N^2 + (N + G - k)^2$.

Они определяют, в какой степени импульсная реакция ($h(k)$) проявляется в энергетике полезного сигнала и помех ISI, ICI. На рис. 4 приведен их вид, начиная с номера отсчета k.

Из рисунка видно, что в пределах заградительного интервала ($k < G$) вся энергетика передается полезному сигналу. За защитным интервалом ($k \geq G$) вклад отсчетов в энергетику полезной составляющей начинает падать по закону квадратичной функции, достигая нуля при $k = N + G$. При этом в помеховой группе сначала доминируют сигналы от межподнесущих помех ICI, а потом от межсимвольных ISI. Таким образом, если защитный интервал подобран так, что его превосходит только небольшая часть отсчетов импульсной реакции, то основной помехой на выходе FFT будет ICI. Если же хвосты импульсной реакции растянуты далеко за защитный интервал и даже превышают границу $N/2 + G$, то на выходе FFT-преобразования начинают доминировать помехи ISI.

Рисунок 4

Весовые функции для суммирования энергии «хвостов» импульсной реакции при расчетах уровня полезного сигнала Ps, ISI и ICI



ВЫВОДЫ

1. Предложенная в работе методика вывода формул, оценивающих уровень межподнесущих и межсимвольных помех, может быть использована для дальнейших исследований OFDM-сигналов.
2. Полученные в работе аналитические формулы позволяют оценить влияние величины защитного интервала на уровень межподнесущих и межсимвольных помех.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Sesia S., Toufik I., Baker M.** LTE – The UMTS Long Term Evolution: From Theory to Practice. – John Wiley & Sons Ttd, 2011. – С.137.
2. **Вишневский В.М., Портной С.Л., Шаханович И.В.** Энциклопедия WiMax Путь к 4G. – М.: Техносфера, 2009. – 472 с.
3. **Скрынников В.Г.** Радиоподсистемы UMTS/LTE. Теория и практика. –М.: Спорт и культура, 2012. – 864 с.
4. **Abdelkareem A., Sharif B., Tsimendis C., Neasham J.** Compensation of Linear Multiscale Doppler for OFDM-Based Underwater Acoustic Communication Systems // Journal of Electrical and Computer Engineering. – 2012. – Vol.9 – P.891.
5. **Ranjan Bala Jain.** Perfomance of OFDM SYSTEM under High Doppler Spread / 2nd International Conference and workshop on Emerging Trends in Technology (ICWET) 2011, Proceedings published by International Journal of Computer Applications (IJCA). –2011. – P.35.

Получено 20.03.15