

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК РЯДА АЛГОРИТМОВ ДЕМОДУЛЯЦИИ В КАНАЛАХ С МЕЖСИМВОЛЬНОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИЕЙ

Е.О. Хабаров, доцент ПГАТИ, к.т.н.

Введение. Межсимвольная интерференция (МСИ) может быть обусловлена как многолучевым распространением сигнала, так и повышенной скоростью модуляции. Под МСИ будем понимать нарушение взаимной ортогональности между элементами принимаемой сигнальной последовательности, сдвинутых на целое число тактовых интервалов:

$$(\varphi(t), \varphi(t-kT)) \neq 0; \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (1)$$

где $\varphi(t)$ — вектор-функция элемента принимаемой сигнальной последовательности; (\cdot, \cdot) — знак скалярного произведения в гильбертовом или евклидовом пространстве.

Из (1) следует, что нормированная автокорреляционная функция (АКФ) единичного элемента принимаемого сигнала при наличии МСИ не обладает свойством отсечности:

$$\psi(0) = 1; \quad \psi(kT) \neq 0, \quad k = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \quad (2)$$

где $\psi(\tau)$ — нормированная АКФ; T — тактовый интервал.

К каналам с МСИ можно отнести многие типы реальных каналов связи различной физической природы. Например, одной из причин, вызывающей МСИ, является многолучевое распространение сигналов, характерное для коротковолновых (декаметровых) каналов, а также каналов мобильной связи [1, 2, 3].

Нарушение ортогональности сигнальных элементов (СЭ) может вызывать также фактор ограничения полосы пропускания канала связи. Причиной этого явления может стать неравномерность АЧХ канала, а также передача с повышенной удельной скоростью модуляции (передача "быстрее Найквиста") [4, 5]. В последнем случае частота следования СЭ (скорость модуляции) удовлетворяет неравенству:

$$V = \frac{1}{T} > V_N = \frac{1}{T_N} = 2F, \quad (3)$$

где V_N — скорость модуляции Найквиста; F — полоса пропускания канала связи.

В статье осуществлен сравнительный анализ некоторых алгоритмов демодуляции в каналах с МСИ. При анализе полезно использовать понятие удельной скорости модуляции $\nu = V/F$. Отметим, что при $V = V_N$ величина $\nu = \nu_N = 2$ Бод/Гц.

Алгоритмы демодуляции. В рамках данной статьи будут рассмотрены так называемые алгоритмы поэлементной демодуляции [1, 2], при использовании которых принятие решения относительно некоторого элемента последовательности осуществляется на основе фрагмента принимаемой сигнальной последовательности, ограниченного некоторым интервалом анализа T_A .

Подобные алгоритмы можно условно разделить на две группы. К первой относятся субоптимальные алгоритмы переборного типа, в основе которых лежит правило обобщенного максимального правдоподобия:

$$\hat{m}_i = \arg \max_m \left\{ \max_k \left\{ w \left(\mathbf{z}(t) \middle| \mathbf{b}_i = \mathbf{b}_i^{(m)}; \mathbf{B}_i = \mathbf{B}_i^{(k)} \right) \right\} \right\}, \quad (4)$$

где $\mathbf{z}(t) = \sum_{i=1}^J \varphi(\mathbf{b}_i; t-iT) + \mathbf{n}(t)$ — вектор-функция сигнала на входе демодулятора, содержащая, в общем случае, J сигнальных составляющих (например, квадратурных компонент сигналов на выходах различных ветвей разнесения); $\varphi(\mathbf{b}_i; t-iT)$ — вектор-функция отклика канала связи на передаваемый СЭ; $\mathbf{n}(t)$ — вектор-функция аддитивной помехи; $i \in \overline{0}; I-1$ — номер демодулируемого СЭ в принимаемой последовательности; I — длина принимаемой последовательности (пакета); T — тактовый интервал; \mathbf{b}_i — в общем случае двумерный (например, при использовании КАМ) истинный вектор амплитуды демодулируемого СЭ; $\mathbf{b}_i^{(m)}$ — один из возможных вариантов вектора \mathbf{b}_i ; $m \in \overline{0}; M-1$ — его номер; M — позиционность используемой сигнальной системы; $\mathbf{B}_i = [\mathbf{b}_1 \quad \mathbf{b}_2 \quad \dots \quad \mathbf{b}_{i-1} \quad \mathbf{b}_{i+1} \quad \dots \quad \mathbf{b}_I]$ — истинная матрица амплитуд сопровождающих СЭ (как предшествующих демодулируемому, так и последующих за ним); $\mathbf{B}_i^{(k)} = [\mathbf{b}_1^{(k)} \quad \mathbf{b}_2^{(k)} \quad \dots \quad \mathbf{b}_{i-1}^{(k)} \quad \mathbf{b}_{i+1}^{(k)} \quad \dots \quad \mathbf{b}_I^{(k)}]$ — один из возможных вариантов матрицы \mathbf{B}_i ; $k \in \overline{1}; M^{I-1}$ — ее номер; $w(\mathbf{z}(t) \middle| \mathbf{b}_i = \mathbf{b}_i^{(m)}; \mathbf{B}_i = \mathbf{B}_i^{(k)})$ — условные функции распределения вектор-функции сигнала на входе демодулятора при фиксированных вариантах амплитуды демодулируемого СЭ $\mathbf{b}_i = \mathbf{b}_i^{(m)}$ и матрицы амплитуд сопровождающих СЭ $\mathbf{B}_i = \mathbf{B}_i^{(k)}$.
При аддитивном белом гауссовском шуме (АБГШ) на выходе канала связи решающее правило (4) сводится к сравнению гильбертовых метрик, вычисляемых на некотором интервале анализа T_A с учетом действия всех сигнальных составляющих:

$$\begin{aligned} \hat{m}_i &= \arg \min_m \left\{ \min_k \left\{ \sum_{j=1}^J \int_{T_A} \left(z_j(t) - s_j(t; \mathbf{b}_i^{(m)}, \mathbf{B}_i^{(k)}) \right)^2 dt \right\} \right\} = \\ &= \arg \min_m \left\{ \min_k \left\{ \left\| \mathbf{z}(t) - \mathbf{s}(t; \mathbf{b}_i^{(m)}, \mathbf{B}_i^{(k)}) \right\|^2 \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (5)$$

где j — номер сигнальной составляющей.

В ряде публикаций [1, 2] рекомендуется ограничить величину T_A интервалом временного рассеяния демодулируемого СЭ равным $(Q+1)T$, поскольку в данном временном интервале содержится вся информация об этом элементе. В этом случае общее число перебираемых альтернатив:

$$K = M^{2Q+1}. \quad (6)$$

Наряду с демодуляторами поэлементного приема, субоптимальными по критерию минимума вероятности ошибки на один бит, нашли применение демодуляторы, минимизирующие вероятность ошибки при приеме сигнальной последовательности. В этом случае оптимальное решающее правило можно представить следующим образом:

$$\hat{k} = \max_k \left\{ w \left(\mathbf{z}(t) \mid \mathbf{B}^{(k)} \right) \right\}; k \in \overline{1; M^I}, \quad (7)$$

где $\mathbf{B}^{(k)} = [\mathbf{b}_1^{(k)} \quad \mathbf{b}_2^{(k)} \quad \dots \quad \mathbf{b}_J^{(k)}]$ — вектор, включающий амплитуды всех элементов принимаемой сигнальной последовательности.

При наличии АБГШ в канале связи соответствующий алгоритм демодуляции можно представить в виде:

$$\hat{k} = \min_k \left\{ \sum_{j=1}^J \int_{T_A} \left(z_j(t) - s_j(t; \mathbf{B}^{(k)}) \right)^2 dt \right\}; k \in \overline{1; M^I}, \quad (8)$$

где T_A равен длительности всего сигнального пакета с учетом временного рассеяния в канале.

Среди алгоритмов, реализующих решающее правило (7), следует отметить алгоритм Витерби (АВ) [6], первоначально применявшийся для декодирования сверточных кодов. При неограниченном увеличении задержки в принятии решения (вплоть до конца сигнального пакета) данный алгоритм является оптимальным и эквивалентным приему в целом всей сигнальной последовательности. Отметим, что вычислительная сложность АВ существенно меньше по сравнению с "ловбовым" алгоритмом типа (8) и пропорциональна величине IM^e .

Ко второй группе демодуляторов, предназначенных для работы в каналах с МСИ, следует отнести демодуляторы, в основе которых лежит метод линейной коррекции (линейные выравниватели) [7,8,9], достоинством которых является относительно невысокая вычислительная сложность, возрастающая по линейному закону при увеличении относительной памяти канала и не зависящая от позиционности сигнальной системы.

В [7] было показано, что оптимальная структура выравнивателя применительно к различным критериям оптимизации представляет собой каскадное соединение фильтра, согласованного с единичным элементом принимаемого сигнала (СФ), и выравнивающего фильтра (ВФ), представляющего собой, как правило, трансверсальный фильтр конечной длины, задержка между отводами которого определяется тактовым интервалом T .

В геометрическом плане процедура выравнивания сводится к вычислению проекции принимаемой сигнальной последовательности на направление вектора весовых элементов ВФ, выбираемого в соответствии с некоторым критерием оптимизации.

Наиболее широкое применение в этом плане нашли ВФ, отводы которых оптимизированы в соответствии с критерием минимума среднеквадратического отклонения (СКО) [7]. Кроме того, в технике связи используются выравниватели на основе так называемого E -критерия, предусматривающего минимизацию остаточной МСИ без учета влияния аддитивной помехи [8, 9].

Применение обратной связи по решению (ОСР). Особенностью демодуляторов обоих типов является то, что при их использовании принятие решения о некотором символе осуществляется на основе соответствующего фрагмента принимаемого сигнального пакета, включающего отклики канала связи на СЭ, как предшествующие демодулируемому, так и последующие за ним.

Применение обратной связи по решению (ОСР) [1,2,10,11], которая предполагает вычитание последствий от СЭ, предшествующих демодулируемому, позволяет существенно упростить переборный процесс при использовании алгоритма

(5) (число перебираемых альтернатив сокращается в M^e раз), а при использовании линейного выравнивателя длина ВФ уменьшается вдвое. Отметим, что в обоих случаях существенно улучшается помехоустойчивость системы, несмотря на так называемый эффект размножения ошибок [7].

Алгоритм (5) при использовании ОСР получил название "алгоритма приема в целом с поэлементным принятием решения" или алгоритма Кловского — Николаева (АКН) [1, 2]. Особенностью данного алгоритма является то, что вероятность ошибки при демодуляции каждого СЭ в существенной степени зависит от сопровождающих СЭ, следующих за ним. При этом следует отметить "вырожденные комбинации", обладающие наихудшей помехоустойчивостью и в значительной мере определяющие среднюю вероятность ошибки на бит [2].

В свою очередь, при использовании выравнивателя с ОСР (ВОСР) сопровождающие СЭ практически не оказывают влияния на демодуляцию. Наличие ошибок в данном случае определяется взвешенной суммой отсчетов аддитивного шума, поступающих с отводов линии задержки ВФ.

Таким образом, ошибки при демодуляции в соответствии с АКН и при использовании ВОСР в значительной степени обусловлены различными физическими факторами. Это обстоятельство позволяет сделать вывод о том, что большая часть ошибок, возникающих при работе указанных демодуляторов, не совпадает, что подтверждается результатами эксперимента, представленными ниже.

Характеристики качества. При анализе помехоустойчивости алгоритмов демодуляции были рассмотрены как вероятностные, так и дистанционные характеристики качества.

Вероятностные характеристики получены методом имитационного моделирования при передаче 8192 сигнальных пакетов, содержащих по 256 элементов каждый. При этом использовалась двоичная система противоположных сигналов, т. е. предполагалось, что $M = 2$. Моделирование осуществлялось для случая, когда вектор-функция принимаемой смеси содержит только одну сигнальную составляющую (т. е. при $J = 1$).

Единичный элемент принимаемой сигнальной последовательности определялся как суперпозиция сдвинутых во времени элементарных сигналов различной интенсивности (сигналов отдельных лучей):

$$\varphi(t) = \sum_{p=1}^P \gamma_p g(t - \tau_p), \quad (9)$$

где $p = 1, 2, \dots, P$ — номер луча; γ_p — его амплитуда; τ_p — его задержка относительно сигнала первого луча; $g(t)$ — определяет форму единичного СЭ на передаче.

Сигнал $g(t)$ ограничен по полосе частотой $F = \frac{1}{2T}$, его квадрат модуля спектральной плотности (по Фурье) имеет антисимметричный спад относительно частоты F , причем полоса спада составляет $\Delta F = 0,5F$, что обеспечивает ортогональность передаваемых СЭ, сдвинутых друг относительно друга на интервал времени, кратный

$$T = T_N = \frac{1}{2F}.$$

Если же передача происходит при повышенной удельной скорости модуляции $v > v_N$ (т. е. при $T < T_N$), то упомянутое условие ортогональности не соблюдается, т. е. МСИ существует уже на передаче.

Отношение сигнал/шум на входе демодулятора определялось как отношение энергии единичного элемента принимаемой сигнальной последовательности E_ϕ к спектральной плотности мощности аддитивной помехи N_0 :

$$h^2 = \frac{E_\phi}{N_0} = \frac{\int_0^{(Q+1)T} \phi^2(t) dt}{N_0}. \quad (10)$$

В качестве дистанционных характеристик переборных алгоритмов (3) и (9) использовалась величина

$$d_{\min}^2 = \min_{\substack{m, \mu, k, \kappa \\ m \neq \mu}} \left\{ \left\| \mathbf{s}(t; \mathbf{B}_i^{(m, k)}) - \mathbf{s}(t; \mathbf{B}_i^{(\mu, \kappa)}) \right\|^2 \right\}, \quad (11)$$

где $\mathbf{B}_i^{(m, k)}$, $\mathbf{B}_i^{(\mu, \kappa)}$ – полные матрицы сигнальных амплитуд, попадающие в интервал анализа:

$$\mathbf{B}_i^{(m, k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{i-Q}^{(k)} & \dots & \mathbf{b}_{i-Q}^{(k)} & \mathbf{b}_i^{(m)} & \mathbf{b}_{i+1}^{(k)} & \dots & \mathbf{b}_{i+Q}^{(k)} \end{bmatrix}; \quad (12)$$

$$\mathbf{B}_i^{(\mu, \kappa)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_{i-Q}^{(\kappa)} & \dots & \mathbf{b}_{i-Q}^{(\kappa)} & \mathbf{b}_i^{(\mu)} & \mathbf{b}_{i+1}^{(\kappa)} & \dots & \mathbf{b}_{i+Q}^{(\kappa)} \end{bmatrix} \quad (13)$$

при использовании алгоритма (5) без ОСР, и

$$\mathbf{B}_i^{(m, k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i^{(m)} & \mathbf{b}_{i+1}^{(k)} & \dots & \mathbf{b}_{i+Q}^{(k)} \end{bmatrix}; \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_i^{(\mu, \kappa)} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i^{(\mu)} & \mathbf{b}_{i+1}^{(\kappa)} & \dots & \mathbf{b}_{i+Q}^{(\kappa)} \end{bmatrix} \quad (15)$$

при использовании того же алгоритма при наличии ОСР.

Величина d_{\min}^2 определяет минимальное расстояние между всеми возможными парами принимаемых сигнальных последовательностей, которые отличаются позициями СЭ с номером i .

Применительно к демодуляторам на основе линейных выравнивателей в качестве дистанционной характеристики используется относительная эквивалентная метрика [12]:

$$d_{eq}^2 = \frac{1}{\theta' \times \mathbf{B} \times \theta}, \quad (16)$$

где \mathbf{B} – нормированная корреляционная матрица вектора шумовых отсчетов в линии задержки ВФ; θ – вектор весовых коэффициентов ВФ.

Данная характеристика определяет энергетический проигрыш демодулятора по сравнению со случаем приема одиночного СЭ на согласованный фильтр (т. е. в отсутствие МСИ).

Сравнительный анализ характеристик. Рассмотрим сначала влияние ОСР на помехоустойчивость представленных выше алгоритмов поэлементной демодуляции.

На рис. 1 и 2 приведены вероятностные характеристики (зависимости коэффициента ошибок от отношения сигнал/шум) для алгоритма (5) без ОСР и при наличии идеализированной и реальной ОСР для двухлучевого и трехлучевого каналов связи соответственно. При этом кривая 1 на обоих рисунках соответствует приему одиночных СЭ (в отсутствие МСИ); 2 – демодуляции по алгоритму (5) без ОСР (т. е. при полном переборе всех возможных сигнальных последовательностей СЭ как предшествующих демодулируемому, так и последующих за ним); 3 – демодуляции в соответствии с АКН при идеализированной ОСР; 4 – демодуляции в соответствии с АКН при реальной ОСР.

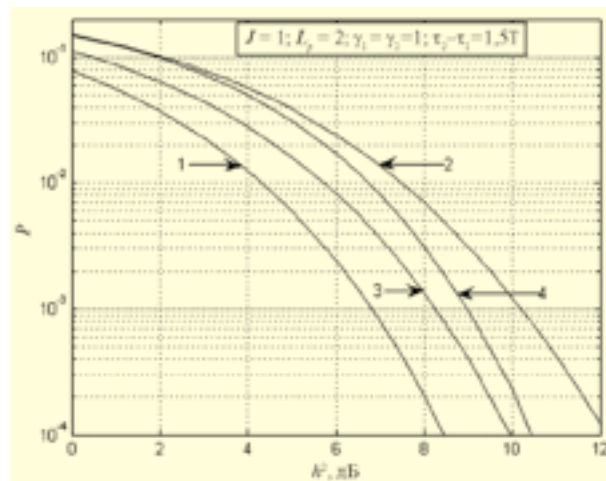


Рис. 1

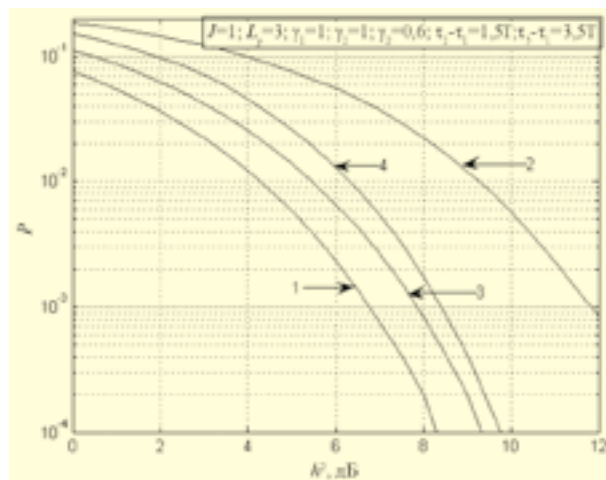


Рис. 2

Из анализа результатов, представленных на указанных рисунках, следует, что поэлементная демодуляция сигнальных последовательностей по правилу обобщенного максимального правдоподобия при наличии ОСР обеспечивает существенно лучшие результаты по сравнению с демодуляцией, предусматривающей полный перебор всех возможных последовательностей СЭ как предшествующих демодулируемому, так и последующих за ним (т. е. при отсутствии ОСР). С другой стороны, сравнение кривых 3 и 4 позволяет сделать вывод о том, что эффект размножения ошибок в цепи ОСР существенно влияет на помехоустойчивость таких демодуляторов. Отметим, что этот результат получен при интервале анализа, равном интервалу временного рассеяния СЭ в канале связи.

Данный результат подтверждается дистанционными характеристиками, представленными на рис. 3. Они демонстрируют характер изменения величины d_{\min}^2 , определяемой соотношением (11), при изменении амплитуды второго луча применительно к двухлучевому каналу связи. При этом кривая 1 соответствует выравниванию без ОСР, а кривая 2 – при наличии идеализированной ОСР.

Как следует из рис. 3, величина d_{\min}^2 при демодуляции с ОСР убывает с ростом амплитуды второго луча существенно медленнее, чем при демодуляции, предусматривающей на интервале временного рассеяния единичного СЭ полный перебор всех возможных последовательностей сигнальных

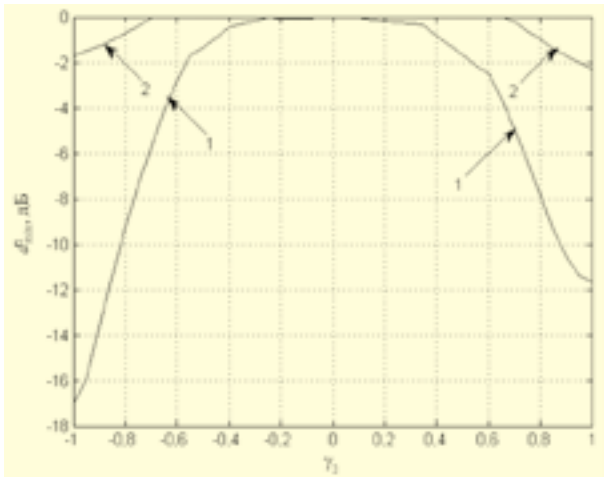


Рис. 3

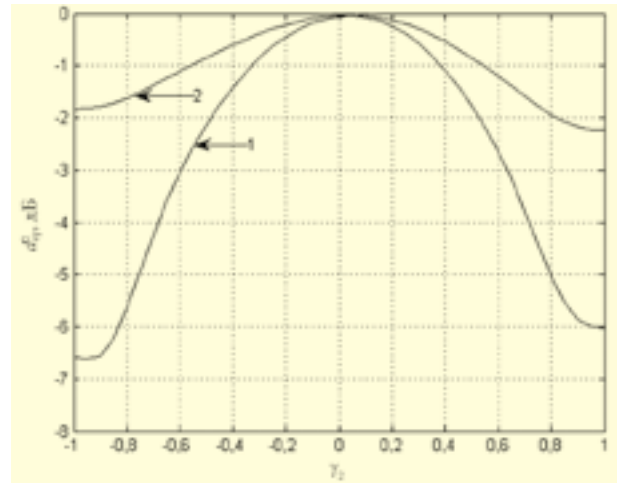


Рис. 6

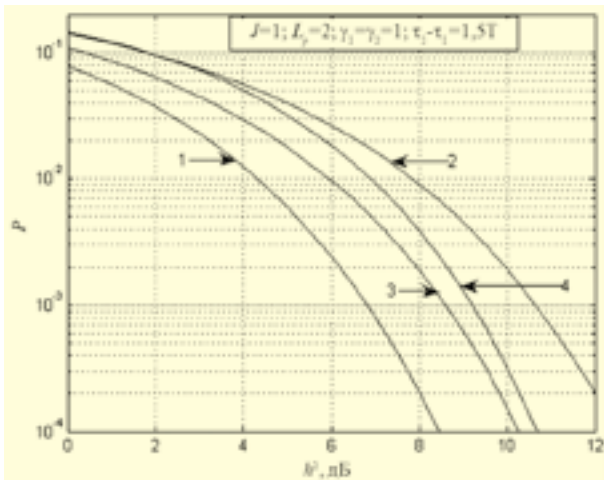


Рис. 4

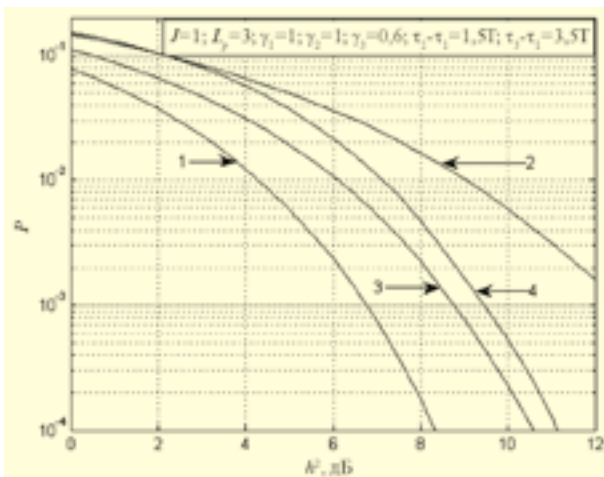


Рис. 5

элементов, как предшествующих демодулируемому, так и последующих за ним.

На рис. 4 и 5 приведены вероятностные характеристики для выравнителя без/с ОСР для аналогичных типов канала связи. Векторы весовых коэффициентов Q для обоих типов ВФ определялись в соответствии с критерием минимума СКО и изменялись в процессе моделирования в соответствии

с отношением сигнал/шум. При этом кривая 1 на обоих рисунках соответствует приему в отсутствие МСИ; 2 — выравнению без ОСР; 3 — выравнению при идеализированной ОСР; 4 — при реальной ОСР.

На основе сравнительного анализа представленных на рис. 4 и 5 вероятностных характеристик можно сделать вывод о том, что использование ОСР при демодуляции на основе методов линейной коррекции также позволяет улучшить помехоустойчивость, несмотря на эффект размножения ошибок.

Эти результаты подтверждают соответствующие дистанционные характеристики, показанные на рис. 6, рассчитанные по формуле (16) для отношения сигнал/шум 7 дБ.

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что использование алгоритмов поэлементной демодуляции без ОСР в каналах с МСИ нецелесообразно.

На рис. 7–9 приведены вероятностные характеристики демодуляторов различного типа при работе в каналах с МСИ различной физической природы (рис. 7 и 8 соответствуют многолучевым каналам, а рис. 9 — передаче с повышенной удельной скоростью модуляции $\nu = 2,666\dots$ Бод/Гц).

Представленные результаты характеризуют демодуляцию в отсутствие МСИ (кривые 1), демодуляцию по алгоритму Витерби с задержкой, равной длине сигнального пакета (кривые 2), демодуляцию по АКН (кривые 3), демодуляцию с помощью выравнителей с ОСР, оптимальных по критерию минимума СКО (кривые 4) и E -критерию (кривые 5). При этом интервал анализа для АКН предполагался равным интервалу рассеяния единичного СЭ $T_A = (Q + 1)T$, а длина ВФ (т. е. число отводов) составляла величину $L = 3(Q + 1)$. Особого внимания заслуживают кривые 6, характеризующие вероятность совпадения ошибок при демодуляции по АКН и при демодуляции с помощью выравнителя, оптимального по критерию минимума СКО.

Из полученных результатов следует, что вероятностные характеристики всех алгоритмов демодуляции существенно проигрывают потенциальной кривой, соответствующей оптимальной демодуляции в отсутствие МСИ.

Наилучшую помехоустойчивость из представленных алгоритмов демодуляции сигнальных последовательностей при наличии МСИ обеспечивает алгоритм Витерби с задержкой, равной длине сигнального пакета, эквивалентный приему в целом все сигнальной последовательности.

Рассматривая алгоритмы поэлементной демодуляции, следует отметить, что переборный алгоритм с ОСР (АКН)

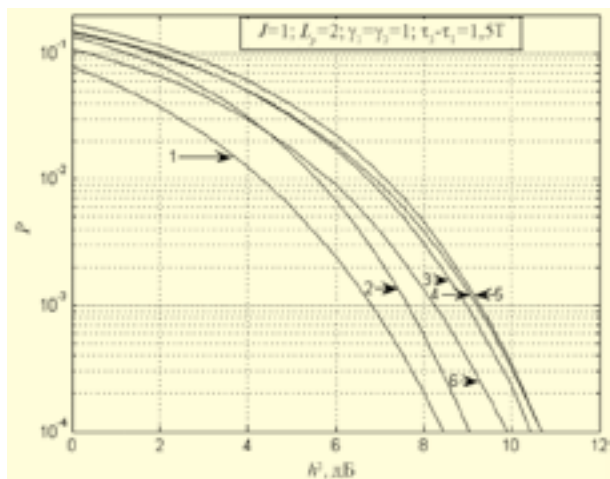


Рис. 7

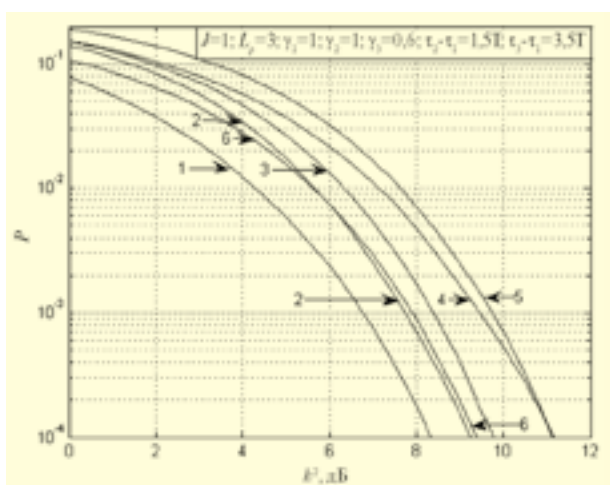


Рис. 8

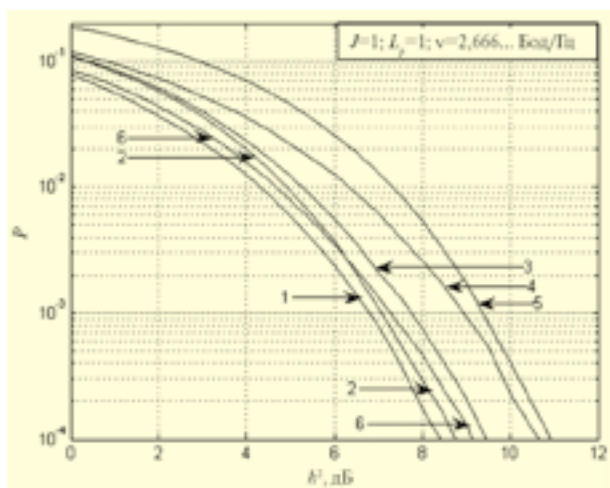


Рис. 9

обеспечивает несколько лучшие результаты, чем выравниватель с ОСР (ВОСР), причем в каналах с сильно выраженной МСИ выигрыш становится более существенным.

Выравниватель с ОСР на основе E -критерия уступает соответствующему выравнивателю, оптимальному по критерию минимума СКО, причем энергетический проигрыш имеет тенденцию к уменьшению при увеличении отношения сигнал/шум).

Особый интерес представляет собой кривая 6, из анализа которой следует, что доля совпадающих ошибок при использовании АКН и ВОСР относительно невелика, что, в принципе, дает возможность разнесения по алгоритмам демодуляции.

Выводы:

— использование ОСР позволяет существенно упростить реализацию алгоритмов обоих типов. Применительно к алгоритму переборного типа число перебираемых альтернатив снижается в M^0 раз, а при использовании линейного выравнивателя длина ВФ и размерность матрицы системы уравнений, определяющей вектор весовых элементов ВФ, сокращаются вдвое;

— кроме того, применение ОСР приводит к увеличению расстояния между отдельными точками сигнального созвездия на приеме, что ведет к существенному улучшению помехоустойчивости, несмотря на эффект размножения ошибок;

— алгоритмы поэлементной демодуляции с ОСР обоих типов (АКН и ВОСР), хотя и уступают методу приема в целом всей принимаемой последовательности, но обеспечивают вполне удовлетворительные характеристики качества в каналах с сильно выраженной МСИ;

— демодулятор на основе ВОСР, отводы которого оптимизированы по критерию минимума СКО, несколько проигрывает демодулятору на основе АКН, причем выигрыш становится более существенным в каналах с сильно выраженной МСИ;

— ВОСР, оптимальный по E -критерию, несколько уступает ВОСР, оптимальному по критерию минимума СКО, причем энергетический проигрыш уменьшается с ростом отношения сигнал/шум);

— доля совпадающих ошибок при использовании АКН и ВОСР относительно невелика, поскольку они в существенной степени обусловлены различными физическими причинами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам / 2-е изд. перераб. и доп. — М.: Связь, 1982. — 200 с.
2. Николаев Б.И. Последовательная передача дискретных сообщений по каналам с памятью. — М.: Радио и связь, 1988. — 264 с.
3. Громаков Ю.А. Стандарты и системы подвижной радиосвязи. — М.: Мобильные ТелеСистемы — Эко-трендз, 1997. — 242 с.
4. Mazo G.E. Faster — them Nyquist-Signaling / The B.S.T.J., New York, USA. — 1975. — P. 1451–1462.
5. Marko H. Kann man unter die Nyquist hinaus ubertragen? // AEU. — 1982. — Band 36. — Heft 6. — S. 238–244.
6. Forney G.D. Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference // IEEE TRANS. — 1972. — V. IT-18, № 3. — P. 363–378.
7. Proakis J.G. Digital Communications. Fourth edition / New York: Mc-Graw-Hill. — 2001. — P. 798.
8. Тамм Ю.А. Адаптивная коррекция сигнала ПД. — М.: Связь, 1978. — 144 с.
9. Kobayashi H., Tang D.T. A decision feedback receiver for channels with strong intersymbol interference. IBM J. Res. and Develop. — 1973. — Vol. 17, № 5. — P. 413–419.
10. Belfiore C.A., Park J.N. Decision Feedback Equalization / Proc. IEEE. — 1979. — Vol. 67. — P. 1143–1156.
11. Nelson J.K., Singer A.C., Madhow U., Mc. Gahey C.S. BAD: Bidirectional Arbitrated Decision-Feedback Equalization. // IEEE Transactions on Communications. — February 2005. — Vol. 53, № 2. — P. 214–218.
12. Хабаров Е.О. Выравнивание с обратной связью по решению в многолучевом канале с замираниями при повышенной удельной скорости модуляции. // Радиотехника. — 2006. — № 12. — С. 22–29.

Получено 21.12.07