УДК 621.391

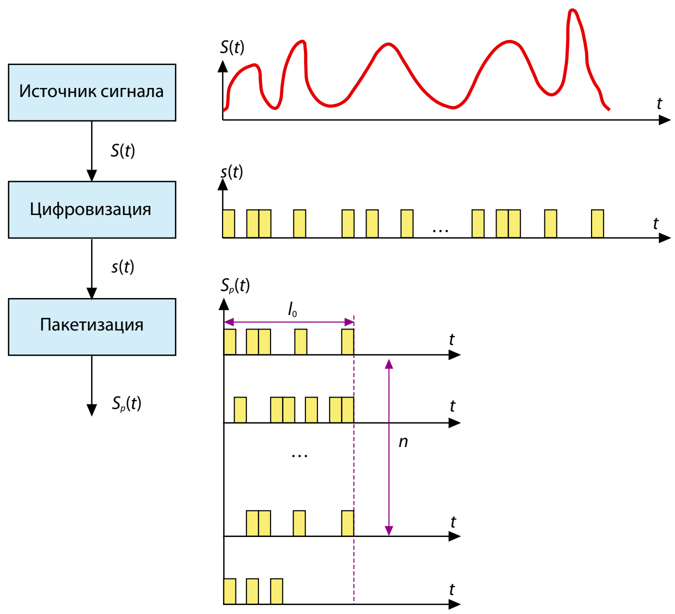
ОСОБЕННОСТИ ФУНКЦИЙ ПЛОТНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИГНАЛОВ ПРИ ИХ ПАКЕТНОМ ФОРМИРОВАНИИ

С. А. Аджемов, аспирант МТУСИ; sadzhemov@amt.ru

Ключевые слова: *пакетная передача, источник сигналов, функция плотности распределения (ФПР), цифровизация, распределение Эрланга r-го порядка.*

Постановка задачи. Сигнал от источника $S(t)$ после его преобразования в цифровую форму $s(t)$ (если он изначально не был цифровым) разбивается на пакеты строго определенной структуры. Не рассматривая подробно эти процессы, отметим лишь, что цифровой сигнал $s(t)$, состоящий из l_s символов, преобразуется в цифровые пакеты (блоки) $S_p(t)$, имеющие длину l_p. На рисунке показаны этапы преобразования сигнала от источника $S(t)$ до его пакетной формы $S_p(t)$ (при этом не учитывается определенная служебная информация, которая, как станет ясно ниже, не носит существенный характер).

Будем полагать, что пакеты могут иметь любую длину, но не более l_o. Тогда, очевидно, после «пакетизации» цифровой сигнал $s(t)$ длиной l_s будет состоять из n пакетов длиной $l_p = l_o$ и одного пакета («хвоста») длиной $0 < l_p < l_o$, где $n = [l_s/l_o]$.



Поскольку длительность сигнала — величина случайная, то для ее описания используем распределение вероятностей длительности сигналов или функцию плотности распределения (ФПР). Для сигнала $s(t)$ обозначим ее в виде $f(l_s)$. Очевидно, что после пакетизации ФПР $f(l_p)$ сигнала $S_p(t)$ может быть определена из соотношения:

$$f(l_p) = p_p(0 < l_p < l_o)\varphi(l_p) + p_p(l_p = l_o)\delta(l_p - l_o), \qquad (1)$$

где $p_p(0 < l_p < l_o)$ — вероятность того, что пакет имеет длину $0 < l_p < l_o$, а $p_p(l_p = l_o)$ — длину $l_p = l_o$. Очевидно, что по условию полноты системы $p_p(0 < l_p < l_o) + p_p(l_p = l_o) = 1$; $\delta(l_p - l_o)$ — дельта-функция Дирака; функция $\varphi(l_p)$ в условиях пакетизации может быть определена в виде:

$$\varphi(l_p) = \sum_{i=0}^{\infty} f\left(l_s + il_o\right). \qquad (2)$$

Вычисление ФПР пакетизированного сигнала. Источник сигналов может создавать множество сигналов $S(t)$ или в некотором узле могут собираться сигналы $S(t)$ от множества источников. Обозначим через m общее количество пакетов, передающих сигнал от источника, а соответственно через m_1 и m_2 — количество неполных и полных пакетов. Очевидно m, m_1 и m_2 — случайные величины, так как сигналы $S(t)$ — случайные.

Обозначим через $\bar{m}, \bar{m}_1$ и $\bar{m}_2$ соответственно средние значения случайных величин m, m_1 и m_2. Тогда вероятности легко вычислить по формулам:

$$p_p(0\langle l_p \langle l_0) = \frac{\bar{m}_1}{\bar{m}}; \qquad (3)$$

$$p_p(l_p = l_0) = \frac{\bar{m}_2}{\bar{m}}. \qquad (4)$$

Из очевидных рассуждений следует, что при $l_s \le l_o$ формируется только один неполный пакет, при $l_o \le l_s \le 2l_o$ — один полный и один неполный пакет и т. д. Продолжая подобные рассуждения, несложно установить, что при $(n - 1)l_o \le l_s \le nl_o$ образуется $(n - 1)$ полный и один неполный пакет. Тогда средние значения $\bar{m}$, $\bar{m}_1$ и $\bar{m}_2$ случайных величин m, m_1 и m_2 можно вычислить по формулам:

$$\bar{m}_1 = \int_0^\infty f(l)dl; \quad (5)$$

$$\bar{m}_2 = \sum_{n=0}^\infty n \int_{nb_0}^{(n+1)l_0} f(l)dl; \quad (6)$$

$$\bar{m} = \sum_{n=0}^\infty (n+1) \int_{nb_0}^{(n+1)b_0} f(l)dl. \quad (7)$$

После подстановок (5)— (7) в (3, 4) и далее (2) в (1), опустив индексы при l, имеем:

$$f(l) = \frac{\int_0^\infty f(l)dl}{\sum_{n=0}^\infty (n+1) \int_{nl_0}^{(n+1)l_0} f(l)dl} \sum_{i=0}^\infty f(l+il_0) + \\ + \frac{\sum_{n=0}^\infty n \int_{nl_0}^{(n+1)l_0} f(l)dl}{\sum_{n=0}^\infty (n+1) \int_{nl_0}^{(n+1)l_0} f(l)dl} \delta(l-l_0). \quad (8)$$

Выражение (8) позволяет рассчитывать ФПР после пакетизации, исходя из ФПР исходного сигнала и выбранной длине пакета l_o.

ФПР длин пакетов при эрланговском распределении длин сигналов. Рассмотрим случай, когда ФПР длин пакетов имеет распределение Эрланга r-го порядка.

$$f(l) = \frac{\mu^r l^{r-1} e^{-\mu l}}{(r-l)!}. \quad (9)$$

Попутно заметим, что данное распределение охватывает частный случай экспоненциального распределения при $r = 1$, а так же случай, когда все пакеты имеют одинаковую длину.

Подставив (9) в (8) и проведя весьма громоздкие и непростые преобразования с учетом теоремы о возможности почленного дифференцирования ряда внутри его промежутка сходимости и суммы ряда, полученного после дифференцирования [1], получаем:

$$f(l) = \frac{\mu^r l^{r-1} e^{-\mu l}\left[1+\sum_{k=0}^{r-1}\binom{r-1}{r-1-k}\left(\frac{l_0}{l}\right)^{r-1-k} D^{(r-k)}\right]}{(r-1)!+\sum_{k=0}^{r-1}\frac{(r-1)!}{(r-1-k)!}(\mu l_0)^{r-1-k} D^{(r-k)}} + \\ + \frac{\sum_{k=0}^{r-1}\frac{(r-1)!}{(r-1-k)!}(\mu l_0)^{r-1-k} D^{(r-k)}\delta(l-l_0)}{(r-1)!+\sum_{k=0}^{r-1}\frac{(r-1)!}{(r-1-k)!}(\mu l_0)^{r-1-k} D^{(r-k)}}, \quad (10)$$

где $D^{(r-k)} = \frac{d^{r-k}}{d(\mu l_0)^{r-k}}\left[\ln\left(\frac{1}{1-e^{-\mu l_0}}\right)\right]$.

В частном случае, когда длина сигналов имеет показательное распределение и, следовательно, $r = 1$, формула (10) существенно упрощается:

$$f(l) = \mu e^{-\mu l} + e^{-\mu l_0}\delta(l-l_0). \quad (11)$$

Заключение. Изложенное выше позволяет количественно оценивать характер изменения нагрузки при пакетизации сигналов при известном значении ФПР исходного цифрового сигнала. Полученные выражения можно использовать как при моделировании, так и в аналитических расчетах для достаточно большого числа случаев, когда ФПР длин исходного сигнала подчиняется распределению Эрланга r-го порядка, в том числе для частных случаев равномерного и показательного распределений.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. Ч. 2.— М.: Наука, 1970.— 800 с.

Получено 2.07.09

ИНФОРМАЦИЯ

ПРОБЛЕМЫ СИНХРОНИЗАЦИИ ОБСУЖДЕНЫ В ВОРОНЕЖЕ

В конце июня в Воронеже состоялся всероссийский научно-технический семинар **«Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов для связи и вещания»**. Организаторами семинара выступили Центральное правление НТОРЭС им. А. С. Попова, Московский технический университет связи и информатики (МТУСИ), ОАО «Концерн Созвездие» и Воронежский институт МВД России.

В семинаре приняли участие представители учебных институтов и предприятий отрасли из Москвы, Киева, Одессы, Воронежа, Н. Новгорода, Арзамаса, Белгорода, Ярославля и Пензы. Традиционно наибольшую активность проявили такие ВУЗы и организации, как МТУСИ, ЯрГУ, МЭИ (ТУ), ОАО «Концерн «Созвездие», ФГУП ЦНИИС, Воронежский институт МВД России.

На пленарном заседании с докладами выступили: председатель оргкомитета президент МТУСИ, член-корр. РАН, д. т.н., профессор **В. В. Шахгильдян,** первый заместитель Генерального директора ОАО «Концерн «Созвездие», член-корр. РАН, д. т.н., профессор **В. И. Борисов.** С приветственным словом к участникам семинара обратился заместитель начальника института по научной работе д. т.н., профессор, полковник милиции **С. В. Векленко.**

Секционные заседания были организованы по направлениям *«Системы и устройства синхронизации сигналов»* и *«Системы и устройства формирования и обработки сигналов»*.

Представленные доклады охватывали широкий круг актуальных вопросов в области теории и техники синхронизации, формирования и обработки сигналов: тактовая синхронизация в телекоммуникационных сетях; цифровое формирование сигналов; генерирование и анализ сложных сигналов (OFDM, OFTDM); повышение помехоустойчивости приема различных сигналов; формирование и обработка сигналов в мобильной связи; анализ и синтез цифровых сигналов; системы и устройства синтеза частот; прецизионные генераторы и усилители радиосигналов; формирование и обработка сигналов в системах локации, навигации, мониторинга.

Участники семинара посетили ОАО «Концерн Созвездие», где состоялась встреча с руководителями всех подразделений и обмен мнений о тенденциях развития связи и перспективных направлениях дальнейших исследований.

Следующий семинар по этой тематике пройдет в 2010 г. в Н. Новгороде.