

ТЕОРИЯ ЦЕПЕЙ, ФИЛЬТРЫ

УДК 621.381.35

РЕАЛИЗАЦИЯ НЕКОТОРОГО КЛАССА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С КОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ В РЕКУРСИВНОЙ ФОРМЕ

В. В. Егоров, ведущий научный сотрудник ОАО «РИМП», к. т. н.; rimr500@mail.ru

Ключевые слова: цифровая обработка сигналов, фильтры с конечной импульсной характеристикой, рекурсивный алгоритм фильтрации, согласованная фильтрация.

Широкое использование методов и средств цифровой обработки сигналов позволяет существенно повысить эффективность систем передачи информации. В настоящее время в задачах цифровой обработки сигналов применяются цифровые фильтры двух классов: с конечной импульсной характеристикой (КИХ) и с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ) [1]. При этом последовательность отсчетов сигнала на выходе КИХ-фильтра описывается алгоритмом, фактически реализующим схему взвешенного скользящего суммирования:

$$y_k = \sum_{l=0}^{N-1} x_{k-l} h_l,$$

где h_l — отсчеты импульсной характеристики, x_k — отсчеты входного сигнала.

В свою очередь БИХ-фильтры описываются рекурсивным алгоритмом:

$$y_k = \sum_{l=0}^n x_{k-l} \beta_l - \sum_{l=1}^m y_{k-l} \alpha_l,$$

где α_l, β_l — коэффициенты дискретной передаточной функции цифрового фильтра.

$$H(z) = \frac{\sum_{l=0}^m \beta_l z^{-l}}{\sum_{l=0}^n \alpha_l z^{-l}}.$$

При этом традиционно импульсная характеристика БИХ-фильтров относится к классу аддитивных комплексно-экспоненциальных функций, а степень полинома знаменателя $H(z)$ не ниже степени полинома числителя.

В ряде практических задач возникает задача реализации КИХ-фильтров с достаточно длинной импульсной характеристикой, что приводит к значительному объему вычислений. Поэтому достаточно перспективным представляется подход, основанный на рекурсивной реализации КИХ-фильтров. Так, традиционная задача вычисления скользящего среднего, задаваемого выражением

$$y_k = \frac{1}{n} \sum_{l=0}^{n-1} x_{k-l},$$

легко может быть реализована в виде известного рекурсивного алгоритма [2]

$$y_k = y_{k-1} + \frac{x_k - x_{k-n}}{n}.$$

Формальный вывод этого выражения легко получается путем Z-преобразования импульсной характеристики:

$$h_k = \begin{cases} \frac{1}{n}, & k < n \\ 0, & k \geq n. \end{cases}$$

Тогда выражение для дискретной передаточной функции может быть получено путем суммирования членов геометрической прогрессии:

$$H(z) = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k} = \frac{1}{n} \frac{z^{-n} - 1}{z^{-1} - 1}.$$

На основе этого выражения удается, используя свойства Z-преобразования и свертки, получить рекурсивные алгоритмы для ряда практически важных случаев. Так, известно, что свертка видеоимпульсов длиной n описывается выражением:

$$h_k = \begin{cases} k+1, & k < n \\ 2n-1-k, & n \leq k < 2n-1 \\ 0, & k \geq 2n-1 \end{cases}$$

Передаточная функция цифрового фильтра с такой импульсной характеристикой получается из теоремы свертки:

$$H_y(z) = H^2(z) = \left(\frac{z^{-n} - 1}{z^{-1} - 1} \right)^2 = \frac{z^{-2n} - 2z^{-n} + 1}{z^{-2} - 2z^{-1} + 1}.$$

Соответственно, рекурсивный алгоритм реализации цифрового фильтра с треугольной импульсной характеристикой на основе полученной передаточной функцией можно записать в виде выражения:

$$y_k = 2y_{k-n} - y_{k-2n} + x_k - 2x_{k-1} + x_{k-2}.$$

По аналогии могут быть получены рекурсивные выражения, когда импульсная характеристика представляет собой сплайн более высокого порядка.

Алгоритм фильтрации для случая, когда импульсная характеристика фильтра имеет вид видеоимпульса с гармоническим наполнением, можно получить по аналогии. В этом случае импульсная характеристика может быть представлена в виде отсчетов комплексного гармонического колебания

$$h_k = e^{i\omega k \Delta t} = w^k,$$

где ω — частота гармонического колебания, Δt — частота дискретизации, $w = e^{i\omega \Delta t}$.

Выражение для дискретной передаточной функции может быть получено путем суммирования членов геометрической прогрессии:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k} w^k = \frac{z^{-n} w^n - 1}{z^{-1} w - 1}. \quad (1)$$

Тогда уравнение фильтрации будет иметь вид:

$$y_k = y_{k-1} w + x_k - x_{k-n} w^n.$$

Одной из базовых операций, используемых в классических методах спектрального анализа, является обработка с помощью окна. В этом случае задача определения текущей спектральной составляющей на частоте ω может быть выполнена путём фильтрации с импульсной характеристикой вида

$$h_k = c_k e^{i\omega k \Delta t} = c_k w^k.$$

Передающая функция цифрового фильтра с такой импульсной характеристикой для ряда практически важных случаев может быть получена в виде дробно-рационального выражения. Так для большинства окон коэффициенты c_k содержат гармоническую составляющую с частотой гораздо меньше ω [3]. Поэтому рассмотрим случай, когда коэффициенты окна определяются выражением:

$$c_k = \cos(ak).$$

Передающая функция цифрового фильтра с такой импульсной характеристикой может быть представлена как:

$$H(z) = \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k} w^k c_k.$$

Представим c_k в виде $c_k = \frac{v^k + v^{-k}}{2}$, где $v^k = e^{iak}$. Тогда

$$H(z) = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k} w^k v^k + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{n-1} z^{-k} w^k v^{-k}.$$

Используя соотношение (1), получим:

$$H(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{z^{-n} (wv)^n - 1}{z^{-1} wv - 1} + \frac{z^{-n} (wv^{-1})^n - 1}{z^{-1} wv^{-1} - 1} \right).$$

По аналогии можно получить выражение для передающей функции для случая, когда импульсная характеристика цифрового фильтра является периодической, например, для меандра, имеющего импульсную характеристику:

$$h_l = \begin{cases} 1, & kn \leq l \leq (k+1)n, \quad k - \text{чётное}, \\ -1, & kn \leq l \leq (k+1)n, \quad k - \text{нечётное}. \end{cases}$$

Выражение для дискретной передаточной функции цифрового фильтра с вышеприведенной импульсной характеристикой можно получить путем Z-преобразования импульсной характеристики. Выполнив алгебраические преобразования, получим аналитическое выражение для передаточной функции:

$$H(z) = \sum_{l=0}^{Ln-1} h_l z^{-L} = \sum_{l=0}^{n-1} z^{-L} - \sum_{l=n}^{2n-1} z^{-L} + \sum_{l=2n}^{3n-1} z^{-L} - \sum_{l=3n}^{4n-1} z^{-L} + \dots + \sum_{l=(L-1)n}^{Ln-1} z^{-L} = \frac{z^{-(N+1)L} - z^{-NL} + z^{-N} - 1}{z^{-(N+1)} - z^{-N} + z^{-1} - 1}.$$

Этой передаточной функции соответствует следующее рекуррентное соотношение:

$$x_{k-(N+1)L} - x_{k-NL} + x_{k-N} - x_k = y_{k-N-1} - y_{k-N} + y_{k-1} - y_k.$$

Меандры часто используются для установления тактовой синхронизации, при этом точность синхронизации повышается с увеличением длины импульсной характеристики согласованного фильтра.

По аналогии можно получить дискретные передаточные функции для достаточно широкого класса КИХ-фильтров, в частности отрезков пилообразных функций, степенных полиномов и сплайнов, тригонометрических функций и т. д. Особенность рекурсивных алгоритмов КИХ-фильтров заключается в том, что степень полинома числителя передаточной функции выше степени полинома знаменателя.

Реализация КИХ-фильтров в рекурсивной форме позволяет значительно сократить объем вычислений по сравнению с непосредственной реализацией КИХ-фильтров в форме взвешенного скользящего суммирования.

Приведенные алгоритмы позволяют существенно упростить решение таких задач как обнаружение сигнала, установление тактовой синхронизации, автоматическая подстройка частоты и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайонс Р. Цифровая обработка сигналов. — М.: Бинум, 2006.
2. Куприянов М. С., Матюшкин Б. Д. Цифровая обработка сигналов: процессоры, алгоритмы, средства проектирования. — СПб.: Политехника, 1998.
3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. — СПб.: Питер, 2007.

Получено 26.01.10

ИНФОРМАЦИЯ

МОБИЛЬНЫЙ БИЗНЕС: ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

В конце октября 2009 г. в г. Агадир (Марокко) состоялась очередная 26-й круглый стол «Мобильный бизнес: перспективы развития и проблемы реализации систем мобильной связи в России и за рубежом», организованный РАЕН и Общественным научно-техническим советом по проблемам развития подвижной радиосвязи совместно с ЗАО «НИРИТ» и ЗАО «Институт сотовой связи».

В работе круглого стола приняли участие члены президиума РАЕН, специалисты научно-исследовательских, проектных, учебных институтов и компаний.

На заседаниях круглого стола были заслушаны обзорные доклады, посвященные перспективам развития новых технологий связи, в частности, WiMAX, 3G, 4G, цифрового телевидения, транкинговых сетей, а также научные доклады аспирантов по проблемам оптимизации параметров сетей

подвижной связи. С докладами выступили председатель регионального отделения РАЕН академ. А. В. Кудин, генеральный директор ЗАО «НИРИТ» О. А. Шорин, советник ФГУП ГЦСС А. И. Бабин, профессор МТУСИ Б. П. Хромой и др.

Особый интерес вызвал доклад О. А. Шорина об инновационном проекте по созданию в России новых систем связи на основе стандарта NG-1, предназначенного для создания сетей сухопутной подвижной радиосвязи в новых диапазонах частот. К ключевым особенностям технологии NG-1 относятся: низкое энергопотребление, высокая скорость передачи данных (45 Мбит/с при использовании полосы 5 МГц), большая зона покрытия при использовании диапазонов частот 300—400 МГц, низкие капитальные и эксплуатационные затраты.

Подводя итоги проведенного специалистами НИРИТ анализа, О. А. Шорин подчеркнул,

что при определенных условиях шансы достижения операторами коммерческих целей при использовании нового стандарта NG-1 на российском рынке могут быть более высокими по сравнению с применением технологий WiMAX и GSM/UMTS/LTE.

Следует отметить, что после проведения конференции результаты научно-исследовательской работы ЗАО «НИРИТ» по данной тематике обсуждались на секции № 3 «Системы и средства связи» НТС Министерства связи и массовых коммуникаций РФ. По итогам обсуждения было рекомендовано продолжить исследование в области использования в РФ диапазонов радиочастот 300 МГц, 450 МГц и 1800 МГц для технологии NG-1 и расширить международное сотрудничество в области рассмотрения этих вопросов.