приспособленности, от которого зависит вероятность выживания организма, представленного данным вектором. Чем меньше пик-фактор, тем выше вероятность выживания. После этого на основе значений приспособленности проводится *селекция*, т.е. отбираются векторы, к которым применяются *генетические операторы* (обычно это *мутация* и *скрещивание*), в результате чего создается следующее *поколение* векторов. Мутация изменяет один или несколько элементов вектора. Скрещивание перемешивает значения двух векторов, что позволяет создать два новых вектора. Векторы следующего поколения так же оцениваются, проводятся селекция, мутация и скрещивание. Так моделируется *эволюционный процесс*. Несмотря на то что предлагаемый алгоритм дает лишь приблизительное решение, он позволяет найти оптимум при большом и сложном пространстве поиска за приемлемое время и с приемлемой точностью.

Возможность фазовой коррекции продемонстрируем на примере, для чего примем $f_0 = 1$ МГц; $\Delta f = 0{,}05$ МГц; $T = 0{,}5$ мс, частота дискретизации 16,384 МГц (8192 точки на интервале T).

На рис. 1 показана спектральная плотность мощности ЛЧМ-сигнала (P), а также влияние полосы пропускания фильтра (Δf_{filter}) на: E — процент энергии сигнала, оставшейся за полосой пропускания фильтра; PF — пик-фактор усеченного ЛЧМ-сигнала; PF_{corr} — пик-фактор после фазовой коррекции.

ЛЧМ-сигнал, пропущенный через фильтр с полосой $\Delta f_{filter} = \Delta f$, будет обладать фазовым спектром φ (в радианах; разрывы фазы убраны) (рис. 2).

Фазовая характеристика ($\Delta\varphi_{corr}$) корректора, уменьшающего пик-фактор такого сигнала с 2,9 до 2,4, показана на рис. 3.

Для другой полосы пропускания фильтра фазовая характеристика корректора будет иной.

Таким образом, за счет фазовой коррекции пик-фактор ЛЧМ-сигнала с усеченным спектром удалось уменьшить примерно на 20%.

Получено 20.05.10

УДК 621.396.62

ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СУММЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА И УЗКОПОЛОСНОГО ШУМА

Н.М. Ашимов, профессор Военного учебно-научного центра СВ «Общевойсковая академия ВС РФ», д.т.н.
В.И. Анисимов, старший научный сотрудник Военного учебно-научного центра СВ «Общевойсковая академия ВС РФ», д.т.н.; gizlew425@mail.ru

Ключевые слова: *полосовой фильтр, узкополосный шум, закон распределения узкополосного шума, сумма гармонического сигнала и узкополосного шума.*

Введение. Узкополосным называется шумовой (флюктуационный) процесс, ширина спектра которого во много раз меньше его средней частоты. Узкополосный шум образуется в результате прохождения шумового процесса с широким спектром (теоретически белого шума) через полосовой фильтр (ПФ). При этом средняя частота спектра узкополосного шума равна частоте настройки ПФ, а ширина спектра узкополосного шума будет совпадать с шумовой полосой пропускания ПФ.

Узкополосный шум образуется и присутствует практически в каждом радиоприемном устройстве и очень часто в сумме с гармоническим сигналом. При решении ряда задач необходимо знать закон распределения вероятности суммы гармонического сигнала и узкополосного шума. Однако нам не известны публикации по данному вопросу.

Цель статьи — определение закона распределения суммы гармонического сигнала и узкополосного шума.

Узкополосный шум как квазигармоническое колебание. Рассмотрим прохождение белого шума $\gamma(t)$ через ПФ с импульсной характеристикой

$$g(t) = 2G(t)\cos\omega_o t,\ t\epsilon(0, \infty), \quad (1)$$

где $G(t)$ — импульсная характеристика фильтра нижних частот, являющегося низкочастотным аналогом ПФ; ω_o — частота настройки ПФ.

Узкополосный процесс на выходе ПФ определим путем свертки белого шума и импульсной характеристики:

$$x(t) = \int_0^\infty g(x)\gamma(t-x)dx = 2\int_0^\infty G(x)\cos\omega_o x\gamma(t-x)dx. \quad (2)$$

После замены переменных $t - x = y$ получаем

$$x(t) = 2\cos\omega_o t\int_{-\infty}^{t} G(t-y)\cos\omega_o y\gamma(y)dy + \\ +2\sin\omega_o t\int_{-\infty}^{t} G(t-y)\sin\omega_o y\gamma(y)dy. \quad (3)$$

Обозначив

$$A(t) = 2\int_{-\infty}^{t} G(t-y)\cos\omega_o y\gamma(y)dy;$$

$$B(t) = -2\int_{-\infty}^{t} G(t-y)\sin\omega_o y\gamma(y)dy,$$

приходим к выражению для узкополосного шума:

$$x(t) = A(t)\cos\omega_o t - B(t)\sin\omega_o t = C(t)\cos[\omega_o t + \varphi(t)]. \quad (4)$$

Здесь $A(t)$ и $B(t)$ — независимые низкочастотные шумовые процессы с нормальным распределением и нулевой средней; $C(t)$ — огибающая; $\varphi(t)$ — фаза узкополосного шума.

Таким образом, узкополосный шум можно рассматривать как квазигармоническое колебание. Мощность низкочастотных процессов $A(t)$ и $B(t)$ по величине совпадает с мощностью узкополосного шума:

$$\overline{A^2(t)} = \overline{B^2(t)} = \overline{x^2(t)} = \sigma^2. \quad (5)$$

Закон распределения узкополосного шума. Известно, что распределение узкополосного шума подчиняется нормальному закону распределения:

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},\ x\in(-\infty,\infty). \tag{6}$$

Принадлежность распределения узкополосного шума к нормальному закону основана на положении, вытекающем из закона больших чисел, в соответствии с которым при прохождении шумового процесса с широким спектром и с любым законом распределения через фильтр с полосой пропускания, во много раз меньшей ширины спектра шума, происходит его нормализация, и в пределе распределение шума на выходе фильтра стремится к нормальному закону.

Известно также, что распределение огибающей $C(t)$ узкополосного шума подчиняется релеевскому закону:

$$p(x)=\frac{x}{\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},\ x\in(0,\infty), \tag{7}$$

а распределение мгновенной фазы $\varphi(t)$ подчиняется равномерному закону от $-\varpi$ до ϖ. Можно сказать, что принадлежность распределения узкополосного шума к нормальному закону является достаточным условием принадлежности распределения огибающей к закону Релея. Это условие не только достаточно, но и необходимо.

Для доказательства данного условия определим распределение произведения (4) двух независимых случайных величин, имея в виду, что огибающая и косинус фазы являются независимыми случайными величинами, а гармоническое колебание со случайной фазой имеет распределение по закону арксинуса:

$$p(y)=\frac{1}{\pi\sqrt{1-y^2}},\ y\in(-1,1). \tag{8}$$

Плотность распределения произведения $z=xy$:

$$p(z)=\frac{1}{\pi\sigma^2}\int_z^\infty\frac{x\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{x\sqrt{1-\frac{z^2}{x^2}}}dx=\frac{1}{\pi\sigma^2}\int_z^\infty\frac{x\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{x^2-z^2}}dx. \tag{9}$$

После замены переменных $x^2 - z^2 = y^2$ и дифференцирования

$$2xdx=2ydy;\ dx=\frac{y}{x}dy$$

получаем

$$p(z)=\frac{1}{\pi\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}}\int_o^\infty\mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}dy. \tag{10}$$

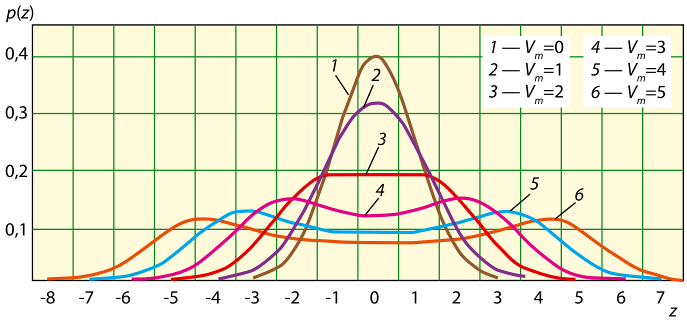
Так как интеграл

$$\int_0^\infty\mathrm{e}^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}dy=\frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{2},$$

то приходим к выражению

$$p(z)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}},\qquad z\in(-\infty,\infty).$$

Решение задачи для суммы гармонического сигнала и узкополосного шума. Для определения закона распределения суммы гармонического сигнала и узкополосного шума воспользуемся приемом, применяемым при рассмотрении распределения узкополосного шума, когда одним из сомножителей является гармоническое колебание со случайной фазой, а другой представляет собой огибающую узкополосного процесса.



В данном случае имеем дело с огибающей суммы гармонического сигнала и узкополосного шума, у которой обобщенное распределение Релея, называемое также распределением Райса, принимает вид

$$p(x)=\frac{x}{\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{x^2+V_m^2}{2\sigma^2}}I_\mathrm{o}\left(\frac{xV_m}{\sigma^2}\right), \tag{11}$$

где V_m — амплитуда сигнала; $I_\mathrm{o}(x)$ — модифицированная функция Бесселя.

Плотность распределения суммы гармонического сигнала и узкополосного шума находим, как плотность распределения вероятности произведения двух независимых случайных величин, имеющих (каждая в отдельности) распределения (8) и (11).

Тогда

$$\begin{aligned}p(z)&=\frac{1}{\pi\sigma^2}\int_z^\infty\frac{x\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2+V_m^2}{2\sigma^2}}}{x\sqrt{1-\frac{z^2}{x^2}}}I_o\left(\frac{xV_m}{\sigma^2}\right)dx=\\&=\frac{1}{\pi\sigma^2}\int_z^\infty\frac{x\,\mathrm{e}^{-\frac{x^2+V_m^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{x^2-z^2}}I_o\left(\frac{xV_m}{\sigma^2}\right)dx.\end{aligned} \tag{12}$$

После замены переменных $x^2 - z^2 = u^2$ приходим к выражению

$$p(z)=\frac{1}{\pi\sigma^2}\mathrm{e}^{-\frac{z^2+V_m^2}{2\sigma^2}}\int_o^\infty\mathrm{e}^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}}I_o\left(\frac{(\sqrt{u^2+z^2})V_m}{\sigma^2}\right)du. \tag{13}$$

К сожалению, интеграл в полученном выражении (13) для суммы гармонического сигнала и узкополосного шума не вычисляется в элементарных функциях. На рисунке приводятся кривые плотности распределения ($\sigma = 1$) для различных значений отношения V_m/σ, полученные в результате численного интегрирования в выражении (13). Из рисунка видно, что распределение суммы гармонического сигнала и узкополосного шума двухмодульное и представляет собой четную функцию.

Выводы: 1. Плотность распределения суммы гармонического сигнала и узкополосного шума выражается интегралом, который не вычисляется в элементарных функциях.

2. Плотность распределения суммы гармонического сигнала и узкополосного шума представляет собой четную двухмодальную функцию.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. Книга первая. Изд. 2-е, перераб. и доп. — М.: Сов. радио, 1974. — 552 с.

Получено после доработки 18.05.10