УДК 621.395

МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОГО СИГНАЛА В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Н. Е. Поборчая, доцент МТУСИ, к.т.н.; n.poborchaya@mail.ru

Ключевые слова: *алгоритм, метод, априорная неопределенность, модель, функционал, оценка, нелинейная фильтрация, система нелинейных уравнений.*

Актуальность проблемы фазовой и тактовой синхронизации в настоящее время обусловлена широким применением и дальнейшим развитием цифровой техники связи. Причем важна не только точность оценивания параметров сигнала, но также быстродействие алгоритма и объем выборки случайного процесса, который используется для решения поставленной задачи. Особенно актуальны эти требования в ситуациях, когда есть пилот-сигнал, ограниченный по длительности.

В данной работе рассматриваются два подхода к оценке параметров сигнала: метод нелинейной фильтрации и метод решения системы нелинейных уравнений, использующий теорию вариационного исчисления. Оба метода позволяют производить оценку в отсутствии информации о законах распределения шумов.

Постановка задачи. Пусть на вход приемного устройства после снятия несущей (демодуляции) поступает аддитивная смесь сигнала, модулированного непрерывной фазой (МНФ-сигнала), $\mathbf{z}_i = \mathbf{S}_i(\mathbf{X}_i)$ и шума μ_i:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{z}_i + \mu_i,$$

где $i = \overline{1,m}$ — дискретное время; $m = T_0/\Delta t$; T_0 — время наблюдения, Δt — интервал дискретизации, $\mathbf{X}_i = (\varphi_i \tau_i \Delta f_i)^{\mathrm{T}}$— вектор оцениваемых параметров, $\mathbf{y}_i = (y_{is} y_{ic})^{\mathrm{T}}$, $\mu_i = \mu_{is}\mu_{ic})^{\mathrm{T}}$, $\mathbf{S}_i(\bullet) = (z_{is}\ z_{ic})^{\mathrm{T}}$ — нелинейная вектор-функция, описывающая квадратурные компоненты сигнала z_{is}, z_{ic}:

$$z_{is} = A\sin(\beta_i),\ z_{ic} = A\cos(\beta_i),$$

$$\beta_i = \Delta\omega_i\ i + 2\pi\sum_{k=1}^{n} I_k h_k q(\Delta t i - (k-1)T - \tau_i) + \varphi_i,$$

Т — оператор транспонирования [1]. Здесь A — амплитуда сигнала, $\varphi_I = \varphi_{0i} - 2\pi f_{\text{c}}\tau_{\text{з}}$ — фаза сигнала, обусловленная фазами генераторов на передающей и приемной стороне (φ_{0i}) и задержкой в канале распространения ($\tau_{\text{з}}$), f_{c} — частота несущей, τ_i — задержка сигнала, возникающая при работе генератора тактовой синхронизации, Δf_i — частота, оставшаяся от снятия несущей, $\Delta\omega_i = 2\pi\Delta f_i \Delta t$, I_k — информационная последовательность, заданная в виде псевдослучайной последовательности (ПСП), $(n-1)T \le \Delta t_i - \tau_i \le nT$, T — длительность символа I_k, $n = \overline{1,m_1}$, h_k — индексы модуляции, $q(t) = \int_0^t g(\alpha)d\alpha$, $g(t)$ — форма импульса, $m_1 = T_0/T$.

Ниже рассматривается случай модуляции с минимальным сдвигом (ММС, MSK), для которой $h_k = h = 0{,}5$, $I_k = \pm 1$. Импульс формируется гауссовским фильтром ($BT = 0{,}25$) с характеристикой

$$g_{\Phi}(t) = \frac{BT}{T}\sqrt{\frac{2\pi}{\ln(2)}}\mathrm{e}^{-\frac{2\pi^2 BT^2 t^2}{T^2\ln(2)}}$$

как отклик на прямоугольный импульс.

Задача решается для следующих условий на интервале наблюдения T_0:

1. Процесс μ_i — стационарный, $E\mu_i = \bar{0}_{2\times1}$, $E\mu_i\mu_i^{\mathrm{T}} = \mathbf{Q} = \sigma_\mu^2\mathbf{I}_{2\times2}$ — ковариационная матрица шумов наблюдения, $E\mu_i\mu_i^{\mathrm{T}} = 0_{2\times2}$ при $i \ne j$, E — оператор математического ожидания, $\mathbf{I}_{2\times2}$ — единичная матрица размером 2×2.

2. $\varphi_i = \varphi_{i-1} + \alpha_i$, $\alpha_i = b_0\zeta_{i\varphi} + b_1\zeta_{i-1\varphi} + b_2\zeta_{i-2\varphi}$, $E\zeta_{i\varphi} = 0$, $E\zeta_{i\kappa}^2 = \sigma_{\zeta\varphi}^2$, $E\zeta_{i\varphi}\zeta_{j\varphi} = 0$, при $i \ne j$.

3. $\tau_i = \text{const}$.

4. $\Delta f_i = 0 = \text{const}$.

5. Последовательность символов I_k известна.

6. Амплитуда сигнала A известна.

Требуется по выборке $\mathbf{Y}_m = (y_{ms} \cdots y_{1s}\ y_{mc} \cdots y_{1c})^{\mathrm{T}}$ найти оценку вектора $\mathbf{X}$.

Решение задачи. Синтез алгоритма оценивания проводится двумя способами: методом нелинейной фильтрации [6]; методом решения системы нелинейных уравнений при условии $\frac{\|\mu\|^2}{2(m-1)} = \sigma_\mu^2$, $\mu = (\mu_{ms} \cdots \mu_{1s}\ \mu_{mc} \cdots \mu_{1c})^{\mathrm{T}}$, $\|\bullet\|$ — евклидова норма [5].

Метод нелинейной фильтрации. Поиск оценок производится модифицированным методом наименьших квадратов, который состоит в минимизации функционала Тихонова [3, 4] и позволяет решать задачи фильтрации при неизвестных законах распределения шумов.

Рассмотрим модель:

$$\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_{i-1} + \bar{\zeta}_i,\ \mathbf{y}_i = \mathbf{S}_i(\mathbf{X}_i) + \mu_i, \tag{1}$$

$$E\bar{\zeta}_i\bar{\zeta}_i^{\mathrm{T}} = \mathbf{B} = \mathbf{B_1}\begin{pmatrix} \sigma_{\zeta\varphi}^2\mathbf{I}_{3\times3} & \mathbf{0}_{3\times1} & \mathbf{0}_{3\times1} \\ \mathbf{0}_{1\times3} & \sigma_\zeta^2 & 0 \\ \mathbf{0}_{1\times3} & 0 & \sigma_\zeta^2 \end{pmatrix}\mathbf{B}_1^{\mathrm{T}}$$

— ковариационная матрица шумов динамической системы, $\sigma_\zeta^2 << 1$, что соответствует ограничению 3 и 4,

$$E\bar{\zeta}_i = \mathbf{0}_{3\times1}.\quad \mathbf{B}_1 = \begin{pmatrix} b_0\ b_1\ b_2 & \mathbf{0}_{1\times2} \\ \mathbf{0}_{2\times3} & \mathbf{I}_{2\times2} \end{pmatrix}.$$

Нелинейная вектор-функция уравнения наблюдения в модели (1) разлагается в ряд Тейлора в точке $\widehat{\mathbf{X}}_{i-1}$: $\mathbf{z}_i = \mathbf{S}_i(\mathbf{X}_i) \approx \mathbf{D}_{i-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}_i)$. Матрица $\mathbf{D}_{i-1}$ и вектор $\mathbf{F}(\mathbf{X}_i)$ зависят от порядка тейлоровского приближения. Обозначим $\mathbf{f}_i = \mathbf{F}(\mathbf{X}_i)$. Далее возьмем функцию $\mathbf{F}(\bullet)$ от левой и правой частей уравнения динамической системы (верхнее уравнение модели (1)) и разложим в ряд Тейлора до первого приближения в точке $\mathbf{X}_{i-1}$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_i) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{i-1} + \bar{\zeta}_i) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{i-1}) + \mathbf{W}_i\bar{\zeta}_i.$$

Здесь $\mathbf{W}_i = \mathbf{F}'(\mathbf{X}_{i-1})$ — первая производная вектор-функции $\mathbf{F}(\bullet)$ в точке $\mathbf{X}_{i-1}$. (при разложении в ряд Тейлора до второго и более высокого порядка приближения матрица $\mathbf{W}_i$ содержит значение оценки вектора $\mathbf{X}_{i-1}(\widehat{\mathbf{X}}_{i-1}))$. Поэтому перейдем от модели (1) к приближенной модели, линеаризованной относительно переменной $\mathbf{f}$:

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{f}_{i-1} + \mathbf{W}_i\bar{\zeta}_i,\ \mathbf{X}_i = \mathbf{L}\mathbf{f}_i,\ \mathbf{y}_i = \mathbf{D}_{i-1}\mathbf{f}_i + \mu_i.$$

Минимизируя функционал

$$M_i(\hat{\mathbf{f}}_0...\hat{\mathbf{f}}_{i-1}\mathbf{f}_{i,}) = \sum_{j=1}^{i}\left[\left\|\mathbf{f}_j - \hat{\mathbf{f}}_{j-1}\right\|^2_{\mathbf{P}_j^{-1}} + \left\|\mathbf{y}_j - \mathbf{D}_{j-1}\mathbf{f}_j\right\|^2_{\mathbf{Q}^{-1}}\right],$$

где $\|\bullet\|$ — евклидова норма, получим выражения для оценок [3]:

$$\begin{gathered}\hat{\mathbf{X}}_i = \hat{\mathbf{X}}_{i-1} + \mathbf{L}\mathbf{K}_i(\mathbf{y}_i - \mathbf{S}_i(\hat{\mathbf{X}}_{i-1})),\ \ i = \overline{1:m},\\ \mathbf{K}_i = \mathbf{P}_i\mathbf{D}^{\mathrm{T}}_{i-1}(\mathbf{D}_{i-1}\mathbf{P}_i\mathbf{D}^{\mathrm{T}}_{i-1} + \mathbf{Q})^{-1},\\ \mathbf{P}_i = \mathbf{\Gamma}_{i-1} + \mathbf{W}_i\mathbf{B}\mathbf{W}_i^{\mathrm{T}},\ \ \mathbf{\Gamma}_i \approx \mathbf{P}_i - \mathbf{K}_i\mathbf{D}_{i-1}\mathbf{P}_i.\end{gathered} \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{P}_i = E(\mathbf{f}_i - \hat{\mathbf{f}}_{i-1})(\mathbf{f}_i - \hat{\mathbf{f}}_{i-1})^{\mathrm{T}}$ — ковариационная матрица ошибок экстраполяции.

В [3, 4] доказано, что оценки, рассчитанные по алгоритму (2), являются **асимптотически оптимальными по критерию минимума СКО**, т. е. **асимптотически несмещенными и эффективными.**

Начальные условия: $\hat{\mathbf{X}}_0 = (\hat{\varphi}_0 \quad \hat{\tau}_0 \quad \Delta\hat{f}_0)^{\mathrm{T}}$ — из априорных сведений. При отсутствии априорных сведений можно воспользоваться следующей процедурой: $\hat{\tau}_0 = 0$; $\Delta\hat{f}_0 = 0$; $\hat{\varphi}_0 = \{0;\ -\pi/2;\ -\pi;\ -3\pi/2\}$. Далее при каждой тройке начальных оценок $\hat{\varphi}_0$, $\hat{\tau}_0$, $\Delta\hat{f}_0$ получаем по алгоритму (2) $\hat{\mathbf{X}}_m$, затем рассчитываем значение функционала качества $M_m(\hat{\mathbf{f}}_0....\hat{\mathbf{f}}_m)$. Результирующей оценкой вектора $\hat{\mathbf{X}}_m$ выбирается та, при которой $M_m(\hat{\mathbf{f}}_0....\hat{\mathbf{f}}_m)$ принимает минимальное значение.

Метод решения системы нелинейных уравнений. Рассмотрим модель:

$$\begin{cases}\mathbf{X}_l = \mathbf{X}_{l-1} + \zeta_l\\ \mathbf{Y}_m = \mathbf{S}(\mathbf{X}_l) + \mu,\end{cases} \tag{3}$$

где $\mathbf{X}_l = (\varphi_l\ \tau_l\ \Delta f_l)^{\mathrm{T}}$, $l = \overline{1, M}$ — номер шага итерации, ζ_l — регуляризующий белый шум с нулевым вектором средних значений размером 3×1 и ковариационной матрицей $\mathbf{B} = \sigma^2_\zeta\mathbf{I}_{3\times3}$, $\mathbf{I}_{3\times3}$ — единичная матрица размером 3×3, причем

$$\sigma^2_\zeta \to 0,\ \mathbf{S}(\mathbf{X}_l) = \begin{pmatrix}\mathbf{S}_s(\mathbf{X}_l)\\ \mathbf{S}_c(\mathbf{X}_l)\end{pmatrix}$$

— нелинейная вектор-функция наблюдений,

$$\mathbf{S}_s(\mathbf{X}_l) = \begin{pmatrix}z_{ms}\\ \vdots\\ z_{1s}\end{pmatrix}_{m\times1},\quad \mathbf{S}_c(\mathbf{X}_l) = \begin{pmatrix}z_{mc}\\ \vdots\\ z_{1c}\end{pmatrix}_{m\times1}.$$

Для линеаризации уравнения наблюдений разложим функцию $\mathbf{S}(\mathbf{X}_l)$ в ряд Тейлора в точке оценки $\hat{\mathbf{X}}_{l-1}$ и для простоты ограничимся линейным приближением [3]. Тогда получим: $\mathbf{S}(\mathbf{X}_l) \approx \mathbf{D}_{l-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}_l)$, где $\mathbf{F}(\mathbf{X}_l) = \begin{pmatrix}1\\ \mathbf{X}_l\end{pmatrix}_{4\times1}$,

$$\mathbf{D}_{l-1} = (\mathbf{d}_{l-10} \quad \mathbf{d}_{l-11})_{2m\times4},$$

$$\mathbf{d}_{l-10} = \mathbf{S}(\hat{\mathbf{X}}_{l-1}) - \mathbf{S}'(\hat{\mathbf{X}}_{l-1})\hat{\mathbf{X}}_{l-1},\ \mathbf{d}_{l-11} = \mathbf{S}'(\hat{\mathbf{X}}_{l-1}),$$

$$\mathbf{S}'(\hat{\mathbf{X}}_{l-1}) = \begin{pmatrix}\mathbf{S}'_s(\hat{\mathbf{X}}_{l-1})\\ \mathbf{S}'_c(\hat{\mathbf{X}}_{l-1})\end{pmatrix}_{2m\times3}$$

— первая производная функции $\mathbf{S}(\hat{\mathbf{X}}_{l-1})$ в точке $\hat{\mathbf{X}}_{l-1}$.

Далее возьмем оператор $\mathbf{F}(\bullet)$ от левой и правой частей верхнего уравнения модели (2) и разложим его в ряд Тейлора до первого приближения в точке $\mathbf{X}_{l-1}$: $\mathbf{F}(\mathbf{X}_l) = \mathbf{F}(\mathbf{X}_{l-1} + \zeta_l) \approx \mathbf{F}(\mathbf{X}_{l-1}) + \mathbf{W}\zeta_l$, где $\mathbf{W} = \mathbf{F}'(\mathbf{X}_{l-1})$ — первая производная функции $\mathbf{F}(\bullet)$ в точке $\mathbf{X}_{l-1}$. Обозначим $\mathbf{f}_l = \mathbf{F}(\mathbf{X}_l)$. С учетом проделанных выше действий перейдем от (3) к приближенной модели, линеаризованной относительно переменной $\mathbf{f}$:

$$\begin{cases}\mathbf{f}_l = \mathbf{f}_{l-1} + \mathbf{W}\zeta_l, \mathbf{X}_l = \mathbf{L}\mathbf{f}_l, \mathbf{L} = (\mathbf{0}_{3\times1} \quad \mathbf{I}_{3\times3}),\\ \mathbf{Y}_m = \mathbf{D}_{l-1}\mathbf{f}_l + \mu.\end{cases}$$

Оценку вектора $\mathbf{f}$ найдем по критерию

$$\sum_{j=1}^{l}\left\|\mathbf{f}_j - \hat{\mathbf{f}}_{j-1}\right\|^2_{\mathbf{P}_j^{-1}} = \min_{\mathbf{f}_j}$$

с учетом условия $\dfrac{\|\mu\|^2}{2(m-1)} = \sigma^2_\mu$, которое соответствует $\dfrac{\|\mathbf{Y}_m - \mathbf{S}(\mathbf{X}_l)\|^2}{2(m-1)} = \sigma^2_\mu$. В результате имеем функционал [2, 5]:

$$M_l(\hat{\mathbf{f}}_0, \ldots \hat{\mathbf{f}}_{l-1}, \mathbf{f}_l) = \sum_{j=1}^{l}[\left\|\mathbf{f}_j - \hat{\mathbf{f}}_{j-1}\right\|^2_{\mathbf{P}_j^{-1}} + \lambda_j\left\|\mathbf{Y}_m - \mathbf{D}_{j-1}\mathbf{f}_j\right\|^2_{\mathbf{Q}^{-1}}]. \tag{4}$$

Здесь $\|\bullet\|$ — евклидовы нормы с весами $\mathbf{P}_j^{-1}, \mathbf{Q}^{-1}$; $\mathbf{P}_j$ — ковариационная матрица ошибок экстраполяции; $\mathbf{Q} = \sigma^2_\mu\mathbf{I}_{2m\times2m}$ — ковариационная матрица шумов наблюдения; λ_j — множитель Лагранжа. Минимизируя (4), получим выражение для оценок [3—5]:

$$\hat{\mathbf{X}}_l = \hat{\mathbf{X}}_{l-1} + \mathbf{L}\mathbf{K}_l(\mathbf{Y}_m - \mathbf{S}(\hat{\mathbf{X}}_{l-1})),\ \ l = \overline{1, M}, \tag{5}$$

где $\mathbf{K}_l = \mathbf{P}_l\mathbf{D}^{\mathrm{T}}_{l-1}(\mathbf{D}_{l-1}\mathbf{P}_l\mathbf{D}^{\mathrm{T}}_{l-1} + \dfrac{\mathbf{Q}}{\lambda_l})^{-1}$, $\mathbf{P}_l = \mathbf{\Gamma}_{l-1} + \mathbf{W}\mathbf{W}^{\mathrm{T}}\sigma^2_\zeta$,

$$\begin{gathered}\mathbf{\Gamma}_l = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_l\mathbf{D}_{l-1})\mathbf{P}_l(\mathbf{I} - \mathbf{K}_l\mathbf{D}_{l-1})^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_l\mathbf{Q}\mathbf{K}_l^{\mathrm{T}} +\\ +(\mathbf{I} - \mathbf{K}_l\mathbf{D}_{l-1})\mathbf{P}_{l-1f\mu}\mathbf{K}_l^{\mathrm{T}} + \mathbf{K}_l\mathbf{P}^{\mathrm{T}}_{l-1f\mu}(\mathbf{I} - \mathbf{K}_l\mathbf{D}_{l-1})^{\mathrm{T}},\end{gathered}$$

$$\mathbf{P}_{l-1f\mu} = E(\hat{\mathbf{f}}_{l-1}\mu^{\mathrm{T}}) = \mathbf{K}_{l-1}\mathbf{Q} + (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{l-1}\mathbf{D}_{l-2})\mathbf{P}_{l-2f\mu},$$

$\mathbf{I}$ — единичная матрица размером 4×4, E — оператор математического ожидания, начальные условия: $\mathbf{P}_{0f\mu} = \mathbf{0}_{4\times2m}$, $\hat{\mathbf{X}}_0 = \begin{pmatrix}\hat{\varphi}_0\\ \hat{\tau}_0\\ \Delta\hat{f}_0\end{pmatrix}$ — из априорных сведений. При неизвестных априорных данных можно воспользоваться процедурой, описанной выше.

Множитель Лагранжа λ_l определяется при решении уравнения

$$\frac{\left\|\mathbf{Y}_m - \mathbf{S}(\hat{\mathbf{X}}_l, \lambda_l)\right\|^2}{2(m-1)} = \sigma^2_\mu,$$

т.е

$$\lambda_l \approx \frac{\sqrt{2m}\ \sigma_\mu(\dfrac{\left\|\mathbf{Y}_m - \mathbf{S}(\hat{\mathbf{X}}_{l-1})\right\|}{\sqrt{2(m-1)}} - \sigma_\mu)}{\left\|\mathbf{D}_{l-1}\mathbf{P}_l\mathbf{D}^{\mathrm{T}}_{l-1}\right\|}.$$

Моделирование. Проведен эксперимент на ЭВМ для МНФ-сигнала при следующих данных: $f_{\text{с}}$ = 1807 МГц, T = 0,25 мс, $\tau_{\text{з}}$ = 31,25 мкс, b_1 = 1, b_2 = 0,1, b_3 = 0,03, $\varphi_{0\text{г}}$ = 45°, t/T = 0,63, $\Delta t = T$, т. е. взят один отсчет на символ, шумы гауссовские. Для анализа результатов выведены графики средней квадратической ошибки по фазе $СКО\varphi(i)$, задержке $СКО\tau(i)$ и частоте $СКО\Delta f(i)$, которые рассчитаны по формулам, приведенным ниже. Для метода нелинейной фильтрации:

Таблица 1

σ_ζ^2	0,001			0,0001		
q, дБ	37	27	17	37	27	17
$СКО_{\varphi1}$, град.	0,1—0,2	0,2—0,4	0,4—0,6	0,15—0,3	0,3—0,5	1,1—1,3
$СКО_{\varphi2}$, град.	0,1—0,2	0,2—0,4	0,4—0,6	0,15—0,3	0,3—0,5	1,1—1,3
$СКО_{\Delta f1}$, Гц	6,9	8	10,2	22	22,4	24,7
$СКО_{\Delta f2}$, Гц	6,17	5,2	4,8	23,9	24,5	26,5
$СКО_{\tau1}/T$	0,0013	0,0024	0,004	0,0008	0,0014	0,002
$СКО_{\tau2}/T$	0,0013	0,0024	0,004	0,0008	0,0014	0,002
m	18000	18000	18000	18000	18000	18000

$$СКО\varphi(i)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}(\varphi_{s,i}+2\pi\Delta fTi-\hat{\varphi}_{s,i}-2\pi\Delta\hat{f}_{s,i}Ti)^2},$$

$$СКО\tau(i)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}(\tau-\hat{\tau}_{s,i})^2},$$

$$СКО\Delta f(i)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}(\Delta f-\Delta\hat{f}_{s,i})^2},$$

$i=\overline{1:m}$, m — объем анализируемой выборки, N — число реализаций. Для метода, использующего решение системы нелинейных уравнений:

$$СКО\varphi(l)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}(\varphi_{s,i}-\hat{\varphi}_{s,l}-2\pi\Delta\hat{f}_{s,l}Ti)^2},$$

$$СКО\tau(l)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}(\tau-\hat{\tau}_{s,l})^2},$$

$$СКО\Delta f(l)=\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{s=1}^{N}(\Delta f-\Delta\hat{f}_{s,l})^2},$$

где N — количество реализаций, $l=\overline{1,M}$ — номер шага итерации, $M=20$, i — дискретное время.

Значения *СКО*, полученные за время наблюдения m при $N=100$ и разных отношениях сигнал/шум $q=10\lg(\frac{A^2}{2\sigma_\mu^2})$, сведены в табл. 1 и 2. Индекс «1» и «2» в табл. 1 соответствуют алгоритмам первого и второго приближения по Тейлору, в табл. 2 — алгоритмам с множителем и без множителя ($\lambda=1$) Лагранжа.

Выводы. 1. Синтезированные алгоритмы (2) и (5) позволяют решать задачу оценивания параметров случайного сигнала без знания законов распределения шумов. Причем процедура (5) работает в условиях априорной неопределенности относительно фазовых шумов, в отличие от алгоритма нелинейной фильтрации (2), который использует их временну́ю модель.

2. Алгоритм (5) использует меньший, чем алгоритм (2), объем выборки, для получения удовлетворительной точности оценивания. Поэтому его целесообразно применять в случаях, когда сигнал ограничен по длительности.

3. Второе приближение по Тейлору в алгоритме (2) в некоторых случаях позволяет получить требуемые оценки за меньшее время, чем первое приближение.

Таблица 2

σ_ζ^2	0	0	0,0001
q, дБ	37	27	17
$СКО_{\varphi1}$, град.	0,25	0,338	1,88
$СКО_{\varphi2}$, град.	18,5	17,822	1,7912
$СКО_{\Delta f1}$, Гц	11,1987	14,4673	72,2946
$СКО_{\Delta f2}$, Гц	1785,6	6749,4	68,6366
$СКО_{\tau1}/T$	0,00042	0,00187	0,005115
$СКО_{\tau2}/T$	0,37075	0,5115	0,003001
m	1000	1000	1000

4. Алгоритм (5) с множителем Лагранжа показал в среднем лучшую работоспособность по сравнению с алгоритмом, в котором $\lambda=1$.

5. Недостатком второго приближения по Тейлору алгоритма (2) и алгоритма с множителем Лагранжа (5) является их сложность.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Прокис Дж.** Цифровая связь/Пер. с англ. под ред. Кловского Д.Д.— М.: Радио и связь, 2000.— 800 с.
2. **Корн Г. и Корн Т.** Справочник по математике для научных работников и инженеров.— М.: Наука, 1973.— 832 с.
3. **Шлома А.М.** О решении операторных уравнений при неполной информации//Журнал вычислительной математики и математической физики.— 1996.— Т. 36.— № 3.— С. 15—27.
4. **Шлома А.М., Смердова Н.Е.** Применение теории операторов функционального анализа для задач нелинейной фильтрации//Радиотехника и электроника.— 1999.— Т. 44.— № 2.— С. 190—198.
5. **Поборчая Н.Е.** Синтез алгоритма оценки параметров случайного сигнала в условиях априорной неопределенности//Электросвязь.— 2008.— № 6.— С. 29—32.
6. **Поборчая Н.Е.** Решение задачи поиска оценки задержки и фазы МНФ сигнала методом нелинейной фильтрации//НТС «Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов для связи и вещания». Сб. трудов.— Ярославль, 1—3 июля 2008, с. 138—142.

Получено 30.11.09