

СИНТЕЗ ФИНИТНЫХ СИГНАЛОВ НАЙКВИСТА, СОГЛАСОВАННЫХ С ТЕЛЕФОННЫМ КАНАЛОМ СВЯЗИ

В.Г. Санников, профессор МТУСИ, к.т.н.; tes_mtuci@mail.ru

Ключевые слова: двоичное сообщение, канал связи тональной частоты (ТЧ), низкочастотный эквивалент канала, межсимвольная интерференция (МСИ), согласование сигнала с каналом, синтез оптимальных сигналов, не вызывающих МСИ.

Введение. Развитие систем цифровой телефонии (СЦТ) связано с постоянным увеличением объемов передаваемой информации с высокими скоростью и верностью [1]. В СЦТ, построенных на основе частотно-ограниченного ТЧ канала или телефонного канала связи (ТЛФ КС), когда удельная скорость передачи цифровой информации приближается к пределу Найквиста, качество передачи резко ухудшается из-за явления межсимвольной интерференции (МСИ). Следовательно, проблема повышения эффективности СЦТ сводится к борьбе с межсимвольными помехами.

Для повышения эффективности СЦТ в условиях МСИ применяются методы оптимизации обработки сигналов на приеме и передаче. К первому направлению относятся методы, основанные на использовании сигналов и сигнально-кодовых конструкций, согласованных с гауссовым каналом без памяти [2]. Передача таких сигналов по каналу с памятью требует применения специальных мер на приеме для борьбы с МСИ [3, 4]. Суть этих мер состоит в согласовании с каналом только приемника путем реализации приема в целом и применении различных решающих устройств, основанных на использовании того или иного варианта алгоритма Витерби. Следует отметить, что помехоустойчивость этих устройств оценивается приближенно, а обработка принимаемых сигналов сопряжена с очень высокой сложностью реализации.

Второе направление связано с оптимизацией не только приемника, но и передатчика СЦТ. Здесь при фиксированном, оптимизированном способе приема решается задача формирования оптимальных сигналов, согласованных с реальным каналом связи [5, 6]. Такие методы позволяют приблизиться к потенциальным характеристикам передачи сигналов по каналам с МСИ и существенно уменьшить сложность приемника по сравнению с наилучшим приемником первого направления.

В статье, основанной на работе [7], рассматриваются вопросы, связанные с решением задачи синтеза сигнала, согласо-

ванного с низкочастотным эквивалентом (НЧЭ) ТЛФ КС, не вызывающего МСИ на выходе.

Оптимальная система передачи дискретных сообщений (ДС) $a(t), 0 \leq t \leq T$, по ТЛФ КС предполагает при гармонической несущей $u(t) = U_0 \sin(2\pi f_0 t)$ отображение с оператором передачи V сообщения $a(t)$ в оптимальный сигнал $x(a,t) = V\{a(t)\}$, не вызывающий МСИ на выходе канала. На приеме наблюдается зашумленный сигнал $s^*(t) = s(t) + n(t)$, где $s(t) = H\{x(a,t)\}$ – финитный сигнал на выходе ТЛФ КС с оператором H . Затем выполняется обратное отображение $a^*(t) = W\{s^*(t)\}$ с оптимальным оператором приема W .

Процесс такой передачи иллюстрируется на рис. 1, где приведена структурная схема когерентного модема. Здесь источник ДС вырабатывает случайно во времени двоичные сообщения $a_0(t) = -1$ (состояние 0) или $a_1(t) = +1$ (состояние 1), $0 \leq t \leq T$. Формозадающий фильтр (ФЗФ) модулятора выдает оптимальные финитные сигналы $x(t), 0 \leq t \leq T$, согласованные с характеристиками НЧЭ ТЛФ КС. Так как полезная компонента $s(t)$ сигнала на входе демодулятора также финитна во времени, то рационально использовать простейшие, но эффективные методы обработки принимаемого сигнала $s^*(t)$, например, метод согласованной фильтрации (СФ), обеспечивающий максимум отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе. Решающее устройство (А/Ц) на основе сравнения с оптимальным порогом U_0 случайной величины $r(t_k)$, наблюдаемой в k -й момент времени $t_k \in T$ на выходе СФ, выносит решения о передаче сообщения:

- 1) $a_1^*(t) = +1$, если $r(t_k) \geq U_0$;
- 2) $a_0^*(t) = -1$, если $r(t_k) < U_0$.

На рис. 1 введены также обязательные в реальных приемниках СЦТ системы восстановления несущей (СВН) и тактовой частоты (СВТЧ). Исследование частотно-энергетических характеристик СЦТ с когерентными модемами часто проводится на более простой эквивалентной модели, показанной на рис. 2 (эквивалентный НЧ-когерентный модем) [3].

Модель телефонного канала связи. Стандартный аналоговый ТЧ-канал (ТЛФ КС) характеризуется АЧХ, которая для нормального тракта показана на рис. 3 [1].

Полоса пропускания канала $\Delta f = f_{\max} - f_{\min} = 3,4 - 0,3 = 3,1$ кГц. Здесь приведена также аппроксимация АЧХ этого канала, полученная на основе передаточной функции полосового фильтра Баттерворта:

$$k(p, f) = 1 / \sqrt{1 + [(f - f_0) / F_y]^{2p}},$$

где $f_0 = 1,9$ кГц; $F_y = 1,55$ кГц; $p = 8$. Для синтеза сигнала на выходе ФЗФ необходим НЧЭ КС. С учетом аппроксимации АЧХ ТЛФ КС, передаточная функция НЧЭ приводится к виду:

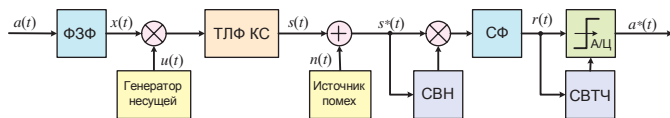


Рис. 1

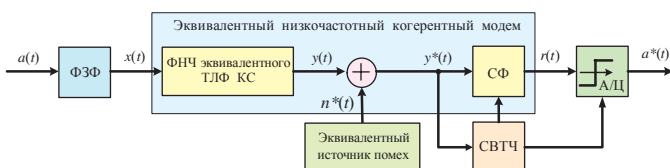


Рис. 2

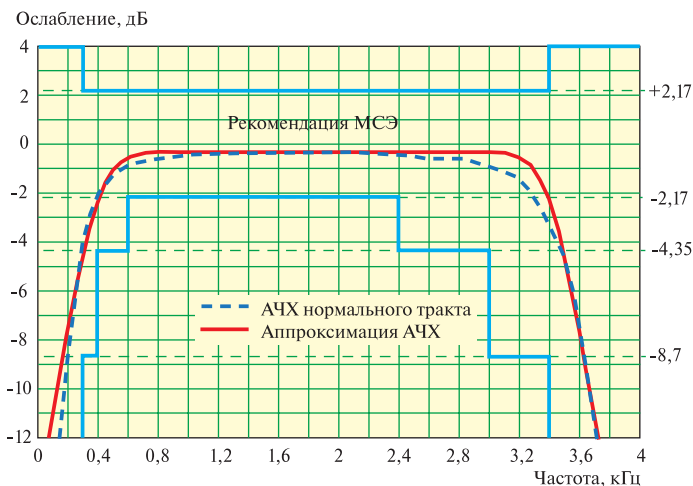


Рис. 3

$$k(p, j\omega) = \prod_{k=1}^{p/2} \frac{1}{(j\omega / \omega_\gamma)^2 + 2 \sin(\varphi_k)(j\omega / \omega_\gamma) + 1}, \quad (1)$$

$$\varphi_k = \frac{2k-1}{2p} \pi, \quad \omega_\gamma = 2\pi F_\gamma.$$

При этом импульсная реакция $q(t)$ и канальная функция $Q(t)$ НЧЭ ТЛФ КС составляют

$$q(t) = \sum_{k=1}^{p/2} e^{-\alpha_k t} [A_k \cos(\beta_k t) + B_k \sin(\beta_k t)], \quad (2)$$

$$t \geq 0, \quad \alpha_k = \omega_\gamma \sin \varphi_k, \quad \beta_k = \omega_\gamma \cos \varphi_k;$$

$$Q(t) = \int_{-\infty}^{\infty} k^2(2\pi f) e^{j2\pi ft} df = (\omega_\gamma / 2p) \sum_{k=1}^p e^{-\alpha_k |t|} \sin(\varphi_k + \beta_k |t|), \quad (31)$$

$$\alpha_k^2 + \beta_k^2 = \omega_\gamma^2,$$

где параметры A_k и B_k определяются в соответствии с таблицей.

Вариационная задача синтеза оптимальных сигналов. Для нивелирования действия в системе МСИ задача оптимизации ФЗФ модема выглядит так. По заданным характеристикам НЧЭ КС определить такую форму исходного финитного сигнала $x(t), t \in T$, при которой обеспечивается та же длительность отклика $y(t), t \in T$. Кроме того, создается максимум мгновенного значения отклика НЧЭ КС $y_{\max} = y(T/2)$, а, следовательно, и максимума ОСШ на выходе СФ, равного $\rho_{\max} = E_y / 2G_0 = y_{\max}^2 \tau_y / 2G_0$. Здесь τ_y – эффективная длительность сигнала $y(t)$, G_0 – односторонняя спектральная плотность мощности белого шума на входе СФ.

Введем ограничения на энергию сигнала $x(t)$:

$$E_x = \int_0^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x^2(\omega) d\omega = \text{const}, \quad (4)$$

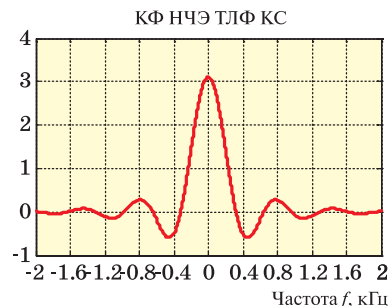
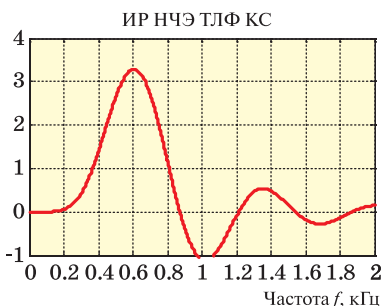
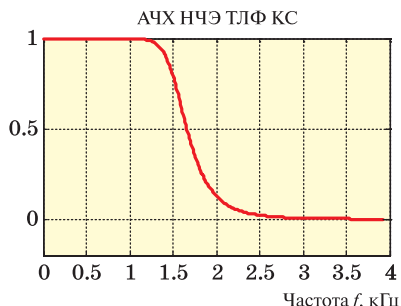


Рис. 3

приравняем нулю отклик НЧЭ КС и его производные в точках $t=0$ и $t=T$:

$$y^{(k)}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (j\omega)^k S_x(j\omega) k(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \Big|_{t=0, t=T} = 0, \quad (5)$$

$$k = 0, 1, \dots, (p-1),$$

где p – порядок НЧЭ КС; $S_x(j\omega)$ – комплексный спектр синтезируемого сигнала $x(t)$. Потребуем выполнения максимума отклика НЧЭ КС в момент $t=T/2$:

$$\max_{x(t)} y(T/2) = \max_{S_x(j\omega)} \left\{ \frac{1}{2\omega} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(j\omega) k(j\omega) e^{j\omega T/2} d\omega \right\}. \quad (6)$$

Это вариационная задача на условный экстремум [6]. Решая ее, устанавливаем, что максимум функционала (6) по всем $S_x(j\omega)$ с учетом ограничений (4) и (5) достигается при условии

$$S_x(j\omega) = \varepsilon k(-j\omega) \Phi(j\omega); \quad (7)$$

$$\Phi(j\omega, T) = \left\{ e^{-j\omega T/2} - \sum_{k=0}^{p-1} (-j\omega)^k (\mu_k + \lambda_k e^{-j\omega T}) \right\},$$

где μ_k, λ_k – неопределенные множители Лагранжа; $\Phi(j\omega, T)$ – сигнальная функция канала; ε – постоянная, определяемая из ограничения (4).

Потребуем далее, чтобы сигнал $y(t)$ был четной функцией относительно точки $t=T/2$. Это условие будет выполняться, если $\lambda_k = (-1)^k \mu_k$. Тогда, с учетом ограничений в (5), неизвестные $\{\lambda_k\}$ находятся из решения системы линейных уравнений вида:

$$\begin{cases} \sum_{m=0}^{p-1} \omega_m \omega_\gamma^m \left\{ e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \cos \psi_{mk-} + (-1)^m e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \cos \psi_{mk+} \right\} = 1, \\ \psi_{mk-} = \frac{\omega_k T}{2} - m \left(\frac{\omega}{2} - \varphi_k \right); \\ \sum_{m=0}^{p-1} \omega_m \omega_\gamma^m \left\{ e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \sin \psi_{mk-} + (-1)^{m+1} e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \sin \psi_{mk+} \right\} = 0, \\ \psi_{mk+} = \frac{\omega_k T}{2} + m \left(\frac{\omega}{2} - \varphi_k \right), \quad k = \overline{1, p/2}. \end{cases} \quad (8)$$

При этом формы исходного сигнала и отклика НЧЭ КС определяются как

$$x(t) = \varepsilon \{ q(0, 5T-t) - \sum_{m=0}^{p-1} \lambda_m [q^{(m)}(T-t) + (-1)^m q^{(m)}(-t)] \}; \quad (9)$$

$$y(t) = \varepsilon \{ Q(0, 5T-t) - \sum_{m=0}^{p-1} \lambda_m [Q^{(m)}(T-t) + (-1)^m Q^{(m)}(-t)] \},$$

На рис. 4 приведены основные характеристики НЧЭ ТЛФ КС: амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), импульсная реакция (ИР) и канальная функция (КФ).

Спектр сигнала на входе НЧЭ ТЛФ КС определяется из (7), а спектр его отклика очевидно равен:

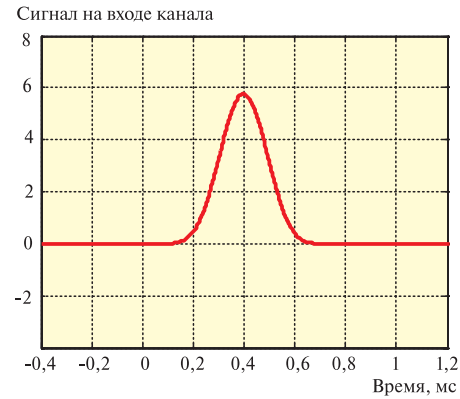
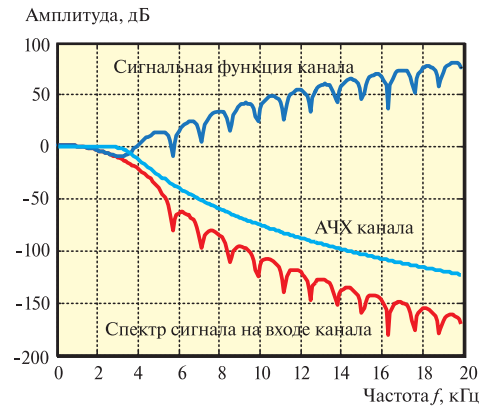
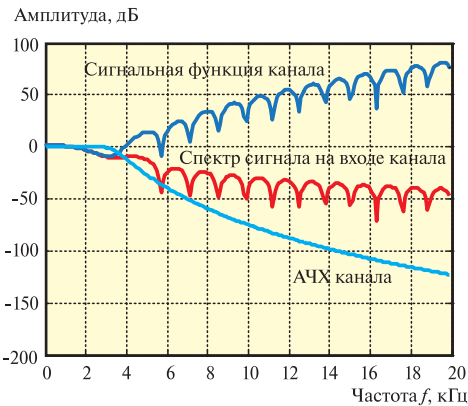


Рис. 5



$$S_y(j\omega) = \varepsilon k^2(\omega) \Phi(j\omega, T). \quad (10)$$

Сигнальная функция канала в (7) при $\lambda_k = (-1)^k \mu_k$ находится из соотношения

$$\Phi(j\omega, T) = [1 - 2 \sum_{k=0}^{p-1} \lambda_k \omega^k \cos(\omega T / 2 - k\pi / 2)] \exp(-j\omega T / 2) \quad (11)$$

а постоянная ε в (9) и (10) определяется как $\varepsilon = E_x / y_{\max} = E_x / y(T / 2)$.

Примеры оптимальных сигналов и их спектров на входе и выходе НЧЭ ТЛФ КС, а также сигнальная функция канала при $F_y = 1,55$ кГц и $T = 0,8$ мс приведены на рис. 5. Из рисунка следует, что определяя форму входного сигнала $x(t)$ (9) при найденных (из решения системы алгебраических линейных уравнений (8)) множителях Лагранжа, отклик канала $y(t)$, $0 \leq t \leq T$, финитен во времени. Он не вызывает взаимного влияния между смежными откликами канала от других сигналов, что ведет к отсутствию МСИ. Кроме того, отклик канала в середине посылки имеет максимум, пропорциональный энергии оптимального входного сигнала. Это, в свою очередь, позволяет оценивать тактовую частоту следования ДС в блоке СВТЧ при реализации оптимальной синхронизации в СЦТ.

На рис. 6 показаны колебания, наблюдаемые в различных сечениях СЦТ при передаче противоположных оптимальных

и неоптимальных сигналов.

Заключение. Результаты, приведенные в статье, могут быть использованы при проектировании современных интеллектуальных адаптивных модемов. После установления соединения между удаленными модемами процедура адаптации к каналу начинается с того, что передатчик модема посылает в канал специальный тестовый сигнал. Приемник удаленного модема по этому сигналу рассчитывает и по протоколу обратной связи передает удаленному передатчику характеристики канала (например, $k(j\omega)$, $q(t)$, $Q(t)$) и другие параметры о желаемой его конфигурации: номинальную скорость модуляции $V = 1/T$, форму оптимального сигнала

Параметры импульсной реакции модели НЧЭ ТЛФ К

k	φ_k	$A_k s_k = \sin \varphi_k$	B_k
1	$\varphi_1 = \pi / 16$	$\omega_y (s_1^2 - 0.25) / 2(s_1 - s_4)(s_1 - s_3)(s_1 - s_2)$	$A_1 \operatorname{tg}(3\varphi_1)$
2	$\varphi_2 = 3\pi / 16$	$\omega_y (s_2^2 - 0.25) / 2(s_2 - s_4)(s_2 - s_1)(s_2 - s_3)$	$A_2 \operatorname{tg}(3\varphi_2)$
3	$\varphi_3 = 5\pi / 16$	$\omega_y (s_3^2 - 0.25) / 2(s_3 - s_4)(s_3 - s_2)(s_3 - s_1)$	$A_3 \operatorname{tg}(3\varphi_3)$
4	$\varphi_4 = 7\pi / 16$	$\omega_y (s_4^2 - 0.25) / 2(s_4 - s_3)(s_4 - s_2)(s_4 - s_1)$	$A_4 \operatorname{tg}(3\varphi_4)$

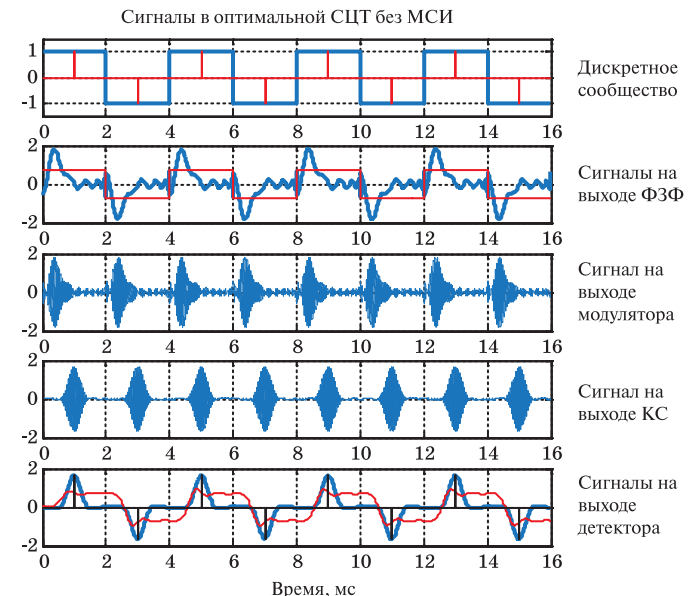


Рис. 6

$x(t)$, не вызывающего МСИ, и др. Аналогичная процедура выполняется и в противоположном направлении.

Таким образом, модем с оптимальными сигналами может обеспечить лучшую помехоустойчивость СЦТ, чем другие модемы на каналах того же качества. Доказательство этого утверждения является задачей следующего исследования.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Беллами Дж.** Цифровая телефония: Пер с англ. / Под ред. А.Н. Берлина, Ю.Н. Чернышова. — М.: Эко-Трендз, 2004. — 640 с.
2. **Скляр Бернард.** Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, 2-е изд.: Пер с англ. — М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. — 1104 с.
3. **Феер К.** Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра: Пер. с англ. / Под ред. В.И. Журавлева. — М.: Радио и связь, 2000. — 520 с.
4. **Николаев Б.И.** Последовательная передача дискретных сообщений по непрерывным каналам с памятью. — М.: Радио и связь, 1988. — 204 с.
5. **Клюев В.И.** Частотно-временные преобразования и прием дискретных сигналов в системах связи. — М.: Радио и связь, 1990. — 208 с.
6. **Ямпольский Э.М.** Вариационные принципы согласования сигналов с каналом связи. — М.: Радио и связь, 1987. — 136 с.
7. **Санников В.Г.** Синтез финитных сигналов Найквиста, согласованных с телефонным каналом связи //Материалы международного науч.-техн. семинара «Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов в инфокоммуникациях» 27–30 июня 2011 г., Одесса. / Под ред. В.В. Шахгильдяна. — М.: ООО «Брис-М», 2011. — С. 61 – 63.

Получено 1.12.11