ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ

УДК 621.395.663

ИМПЛИКАТИВНЫЙ ПОДХОД К ПРОБЛЕМАМ ВЫЧИСЛЕНИЯ УСЛОВНЫХ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И РАСЧЕТА ВЕРОЯТНОСТИ ОШИБОК В ЦИФРОВЫХ ТРАКТАХ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ

Д.А. Абдуллаев, главный научный сотрудник ГУП «UNICON.UZ», академик АН РУз; d_abdullaev@unicon.uz

Ключевые слова: *условная вероятность, тракт передачи данных, вероятностная модель, импликативная форма условной вероятности.*

Введение. С появлением мультисервисных сетей, позволяющих существенно повысить эффективность используемой аппаратуры, ужесточились требования к качеству и достоверности сообщений (массива сообщений), доставляемых потребителю информации по конкретному тракту передачи цифровых данных.

Гипотетическая модель тракта передачи данных (ТПД) со скоростью 64 кбит/с, предложенная Международным союзом электросвязи (МСЭ) в Рекомендациях ITU-T M.2100(07/05) [1], представляет собой многоузловую линейную структуру, включающую передающий, приемный и промежуточные узлы и каналы связи между ними. Кодированное с применением конкретного класса корректирующих кодов сообщение с вероятностью некорректированной ошибки (далее – вероятность ошибки) $P(C_0)$ при транспортировании по $i=\overline{1,n}$ каналам и узлам связи подвергается воздействию внешних дестабилизирующих факторов с вероятностью $P(h_i)$.

Расчет вероятности ошибки в сообщении на приемном пункте заключается в вычислении и оценке изменения вероятности некорректированной ошибки $P(C_0)$ под воздействием внешних факторов на тракте связи с вероятностями $P(h_i)$, $i=\overline{1,n}$. События, характеризуемые вероятностями $P(C_0)$ и $P(h_i)$, суть независимые, а вероятность ошибки на выходах узлов – результат взаимодействия этих событий. В данной работе исследуется вероятностная гипотетическая модель ТПД, предлагаются новый методологический подход и методика расчета вероятности ошибок на выходе приемного узла.

Вероятностная модель тракта передачи данных. Гипотетическая модель нормированных характеристик ТПД устанавливает взаимосвязь между уровнями национальных и международных трактов и уровнем ТПД 64 кбит/с. При использовании блоков, выполняющих функции мультиплексирования и коррекции, секции тракта с различными скоростями передачи могут быть представлены как тракты со скоростью передачи данных 64 кбит/с. Установлены основные показатели для нормирования характеристик ошибок в международных трактах: коэффициент ошибочной секунды (ESR), коэффициент пораженных секунд (SESR) и коэффициент блоков с фоновыми ошибками (BBER), определяемые как отношение числа ошибочной секунды, ошибочных секунд и ошибочных блоков к общему числу секунд и блоков за интервал измерений соответственно [1]. Примеры вычисления этих показателей по результатам измерения приведены в [2].

Таким образом, методологические положения Рекомендаций являются основанием для построения модели ТПД, в которой секции тракта с различными скоростями передачи можно представить в виде многоузлового линейного тракта со скоростью передачи данных 64 кбит/с.

Рассмотрим многоузловой линейный тракт передачи данных, состоящий из передающего (H_0), приемного (H_n) и промежуточных ($H_1,...,H_{n-1}$) узлов (рис. 1), причем последние могут быть ретрансляторами или секциями с присоединениями [1]. Полагаем, что на промежуточных узлах перекодировка передаваемого массива сообщений не производится и известны вероятности $P(C_0)$, определяемые по методу кодирования, используемому при проектировании сети, а также $P(h_i)$ – по статистике метеоданных и других источников внешних воздействий для всех $i=\overline{1,n}$ каналов связи [3].

Условимся, что передающий пункт ТПД защищен от воздействия внешних факторов и искажение сообщений на его выходе характеризуется вероятностью некорректированной ошибки $P(C_0)$. Также будем считать, что искажения сообщений в процессе передачи их по каналам связи ES, SES и при обработке в блоках узлов BER являются случайными событиями с обобщенной вероятностью $P(h_i)$. Построенная с учетом этих условий вероятностная модель многоузлового ТПД приведена на рис. 2.

Принимая во внимание, что C_0 и h_1 – независимые и связанные события, вероятность ошибки на выходе узла H_1 определяем по формуле умножения вероятностей связанных событий [4] с учетом $P(C_0)$ на входе H_1:

$$P(C_1) = P(C_0 h_1) = P(C_0) + P(h_1)P(h_1/C_0), \qquad (1)$$

где $P(h_1)P(h_1/C_0)$ – приращение базовой ошибки $P(C_0)$ под воздействием внешних факторов с вероятностью $P(h_1)$. Вероятность выходной ошибки узла H_2 определяется аналогично:

$$P(C_2) = P(C_1) + P(h_2)P(h_2/C_1).$$

Подразумевая, что $P(C_0)$, $P(C_1)$, ..., $P(C_n)$ – события несовместимые, и подставляя значение $P(C_1)$ из (1), получим

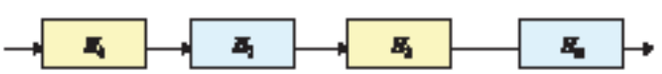

Рис. 1

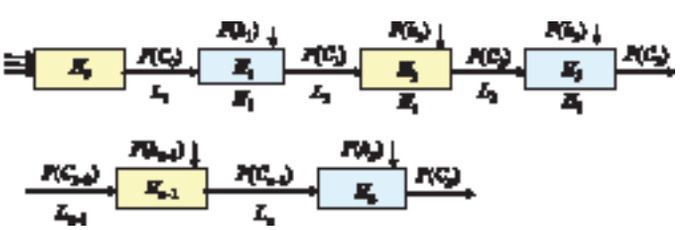

Рис. 2

$$P(C_2) = P(C_0) + P(h_1)P\left(h_1 / C_0\right) + P(h_2)P(h_2 / C_1).$$

Применяя индукцию и дальше, на выходе приемного узла сети H_n (см. рис. 2) получим формулу последовательного вычисления вероятности ошибок на выходах узлов H_1, $H_2,...,H_n$:

$$P\left(C_n\right) = P\left(C_0\right) + \sum_{i=1}^{n} P\left(h_i\right) P(h_i / C_{i-1}). \quad (2)$$

Если между узлами H_{i-1} и H_i отсутствуют помехи (идеально защищенный канал или отсутствие внешних нештатных воздействий на узле H_{i-1}), для вычисления $P(C_i)$ следует использовать данные узла H_{i-2}, т.е. вероятность ошибки $P(C_{i-2})$.

Внешне выражение (2) напоминает формулу полной вероятности [4]:

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(B_i / A),$$

но в отличие от нее имеет свободный член $P(C_0)$. Объяснить это можно так. Формула полной вероятности в [4] получена при решении задач, анализ которых построен на условии отсутствия вероятности каких-либо событий, характеризующих начальное состояние рассматриваемых процессов (например, бросание монеты, повреждение самолета разрывом снаряда и т.п.). Вероятность нарушения исходного состояния $P(B_0)$ в этих задачах равна 0. Принимая $P(C_0)$=0, формулу (2) можно представить в виде

$$P\left(C_n\right) = \sum_{i=1}^{n} P\left(h_i\right) P(h_i / C_{i-1}),$$

следовательно, корректность постановки задачи и вывода (2) доказана.

Особенность выражения (2) в том, что при нахождении ошибки на выходе узла H_i используется вероятность вычисленной ошибки предыдущего узла $P(C_{i-1})$. Отсюда важнейший вывод: формула (2) представляет собой ***вероятностную модель сетей с направленно развивающимися событиями***, характеризуемыми последовательным развитием процессов во времени или пространстве (расстоянии).

Перенеся в левую часть уравнения (2) вероятность ошибки кодирования $P(C_0)$, которая является базовой величиной при вычислении вероятности ошибок на последующих узлах ТПД, имеем

$$\Delta P(C_n) = P(C_n) - P(C_0) = \sum_{i=1}^{n} P\left(h_i\right) P(h_i / C_{i-1}). \quad (3)$$

Отсюда следует, что правая часть уравнения (3) – это сумма вероятностей, представляющих собой приращения исходной ошибки $P(C_0)$, возникающей по мере прохождения сообщения от передающего узла к последующим узлам тракта под воздействием внешних факторов на узлы и каналы связи.

При проектировании сетей передачи данных для минимизации воздействия внешних факторов на вероятность ошибки в передаваемом сообщении проводится тщательный отбор аппаратуры, материалов, параметров каналов связи и блоков на узлах:

$$\Delta P(C_n) = P(C_n) - P(C_0) \to \min.$$

Вместе с тем в процессе эксплуатации обычно наблюдается возрастание $P(C_n)$ относительно проектной нормы. Это случается при изменении метеорологических и других воздействующих факторов на отдельных участках тракта связи. При обнаружении подобных явлений с помощью (3) легко выявить такой участок сети, сопоставив нормативные значения $P(C_{\text{норм}})$ с вычисленными по (3) реальными ошибками в каждом узле. Однако проблема разработки регулярных методов вычисления условной вероятности до сих пор не решена [5].

Условная вероятность и логическая операция импликации. Очевидно, что для использования в практике операторов связи формулы (2) необходим новый подход к проблеме вычисления условной вероятности.

Теорема умножения вероятности событий имеет две формулировки [4]:

а) при отсутствии взаимосвязи между независимыми событиями A и B:

$$P(AB) = P\left(A\right)P\left(B\right); \quad (4)$$

б) при наличии взаимосвязи между событиями A и B:

$$P\left(AB\right) = P\left(B\right)P(B / A). \quad (5)$$

В расчетах достоверности передачи данных, надежности технических средств и других показателей обычно используется выражение (4). Формула (5) не находит применения из-за отсутствия регулярного метода ее вычисления.

В [4–6] условная вероятность определяется с помощью алгебраических приемов для поиска алгоритма решения каждого класса задач. Здесь необходимо также привести замечание Б.В. Гнеденко о том, что «при условии $P(A)$=0 условная вероятность $P(A / B) = \dfrac{P(AB)}{P(A)}$ остается неопределенной» [5], поэтому поиск метода вычисления условной вероятности остается важной задачей.

В [7] для случая K равновероятных событий через $k(A)$ обозначается число событий, возникших во множестве A, и выражение условной вероятности представляется в виде $P(A / B) = \dfrac{k(AB)}{K(A)}$. Хотя по форме записи оно и отличается от известного выражения, вопрос об определении $k(AB)$ остается нерешенным.

В одной из последних работ [8], посвященных этой проблеме, для вычисления $P(AB)=P(AB)/P(A)$ предлагается использовать метод под названием «дерево событий», характеризующий совокупность побед и поражений хоккейной команды A в играх при условии двух побед в трех встречах. Предложен алгоритм определения условной вероятности выигрыша команды A при различных исходах ее встреч с другой командой. При этом вероятность исхода встреч на конкретной ветви дерева находится по правилу умножения вероятностей всех встреч данной ветви, а условная вероятность победы команды A в турнире – как отношение суммы вероятностей исходов победных ветвей к сумме вероятностей исходов всех встреч при условии, что команда A победила в первой встрече. В некоторых работах, в частности [9], поставленные задачи решаются с помощью априорно задаваемых значений условной вероятности.

Проведенный краткий обзор показывает, что в теории вероятностей проблема создания аналитического метода определения условной вероятности, удобного для решения практических задач, все еще остается открытой. Для того чтобы решить эту важную с научной и методологической точек зрения задачу, обратимся к некоторым базовым определениям теории вероятности и математической логики.

Определение 1. ***P(B/A) двух связанных событий A и B называется условной вероятностью события A при условии, что произошло событие B.*** Принимая во внимание, что событие A в этом определении рассматривается как базисное, а событие B – как дополнительно воздействующее на A и определяющее конечное значение условной вероятности связанных

событий A и B, понятие условной вероятности можно сформулировать следующим образом:

Определение 2. ***Если происходит событие A, то воздействие на него события B образует (порождает) событие AB с условной вероятностью P(B/A), называемое условной вероятностью. В этой формулировке общепринятые слова «при условии… что…» мы заменили на «если A, то B»***, что соответствует понятию «импликация» в математической логике.

Определение 3. ***Импликация – логическая операция, соответствующая образованию высказывания «если A, то B» из высказываний A и B, обозначаемая обычно A→B или A⊂B. Точный смысл высказывания A→B различен при классическом, конструктивном и других подходах к построению семантики языка*** [10]. Смысл конструктивного подхода к высказываниям A и B в данной работе для входа узла H_1 соответствует событиям C_0 и h_1 физического происхождения, имеющим место в трактах передачи данных. Здесь в качестве базового события выступает ошибка кодирования C_0, а воздействующим фактором h является внешний фактор h_1. Теперь конструктивная форма понятия «импликация» применительно к данной задаче может выглядеть так: *если в передаваемом сообщении присутствует событие C_0, то появление на тракте связи события h_1 приводит к образованию в сообщении импликации ошибок $C_0 \to h_1$.*

Учитывая, что событие $C_0 \to h_1$ носит случайный характер, вероятностную форму операции «импликация» можно представить в виде $P(C_0) \to P(h_1)$. Таким образом, принимая во внимание семантическую (содержательную) общность понятий условной вероятности и вероятности импликации событий C_0 и h_1, можно записать

$$P(h_1/C_0) = P(C_0) \to P(h_1). \qquad (6)$$

Выражение (6) назовем ***импликативной формой условной вероятности (ИФУВ)***.

Для обоснования справедливости принятого нами импликативного подхода к проблеме вычисления условной вероятности обратимся к понятию цепей Маркова как отправной точки теории случайных процессов – важнейшего раздела теории вероятностей. В [11, с. 257–258] смысл этого понятия сформулирован так: «Если в данный момент времени s система находится в фазовом состоянии i, то в последующий момент времени t система будет находиться в состоянии j с некоторой вероятностью $P_{ij}(s,t)$, независимо от поведения системы до указанного момента s. Вероятности $P_{ij}(s,t)=P\{\xi(t)=j/\xi(s)=i\}$, $(i,j)=1,2,3...$ называются переходными вероятностями Марковской цепи $\xi(s)$» и определяются как условная вероятность перехода системы в состояние $\xi(t)$ при условии, что она находится в состоянии $\xi(t)$. Нетрудно заметить, что в приведенной формулировке понятия цепей Маркова использована логическая функция импликации – «если A, то B».

Анализируя *определения 1* и *2* и формулировку понятия цепей Маркова, приходим к выводу, что смысл понятия «импликация» действительно зависит от конструктивного подхода к семантике языка, т.е. от цели и области применения понятия. Следовательно, введенное нами понятие «импликативная форма условной вероятности» соответствует понятиям «импликация» в математической логике и «переходные вероятности» в теории Марковских процессов. Таким образом, термин «импликативная форма условной вероятности» может употребляться в исследованиях определенных классов технологических, физических и других задач.

Как известно, «степень возможности появления каждого события оценивается определенным числом, называемым вероятностью этого события» [11]. Поэтому ИФУВ, определяющая условную вероятность событий C_0 и h, также должна иметь конкретное значение. Для этого построим таблицу классической импликации и, исходя из условий нашей конкретной проблемы, сопоставим ее с таблицей вероятностной импликации, имея в виду, что в математической логике высказывания A и B имеют значения 0 или 1, а вероятности событий C_0 и h_1 в технологии передачи данных являются величинами физического происхождения, определяемыми как вероятность с конкретными цифровыми значениями в пределах 0 или 1. В таблице, построенной с учетом этого условия, высказывание A отождествляется с событием C_0, а высказывание B – с событием h.

Классическая форма импликации				Вероятностная форма импликации			
Строка	A	B	$A \to B$	C	h	$C \to h$	$P(h/C)$
1	Истинно	Истинно	Истинно	C	h	$C \to h$	$P(C) \to P(h)$
2	Истинно	Ложно	Ложно	C	-	-	$P(C)$
3	Ложно	Истинно	Истинно	-	h	-	$P(h)$
4	Ложно	Ложно	Истинно	-	-	-	-

Проанализируем таблицу, взяв за основу упомянутое выше положение «смысл операции “импликация” различен при классическом, конструктивном и других подходах к семантике языка» [10]. Передача сообщений представляет собой технологический процесс прохождения сообщения C по тракту связи, подверженному воздействию внешних и других факторов (h_i) от узла передачи H_0 к узлу приема H_n через промежуточные узлы – ретрансляторы $H_1, H_2,...,H_{n-1}$ (см. рис. 2). Анализ приведенных в таблице данных позволил установить следующие положения.

В строке 1 истинность операции «импликация» определяется истинностью высказываний и A, и B, т.е. $A \to B = AB$. Этому условию, согласно *определению 2* и формуле (6), на выходе узла H_1 соответствует вероятностный аналог импликации условной вероятности в виде

$$P(C_0) \to P(h_1) = P(h_1/C_0) = P(C_0)P(h_1).$$

В строке 2 истинно только событие A, чему в таблице соответствует событие C_0, и из условий ложности события B вытекает аналогия $A \sim C_0$, а следовательно, $P(h_1/C_0)=P(C_0)$. Именно в этом равенстве заключается особенность импликативного подхода к определению условной вероятности. Точно так же из анализа строки 3 следует $P(h_1/C_0)=P(h_1)$.

Таким образом, установлено, что при конструктивном подходе к понятию «импликация», с учетом технологии передачи данных, вероятностная форма импликации отличается от классической наличием операции $P(C_0) \to P(h_i) = P(C_0)$.

Основываясь на полученных результатах, можно утверждать, что проблема неопределенности условной вероятности $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0}{0}$ при $P(A)=0$ нами решена для условий передачи по тракту связи цифровых данных под воздействием внешних факторов.Из таблицы также следует, что условная вероятность характеризуется значениями, зависящими от взаимодействия событий C_0 и h_1, определяемых неравенством

$$P(C_0)P(h_1) \le P(h_1/C_0) \le P(C_0). \qquad (7)$$

Изложенное дает основания считать, что таблица вероятностной формы импликации действительно отражает

процесс прохождения кодированных сообщений по тракту передачи данных под воздействием внешних факторов и допустимые значения в неравенстве (7) могут служить основой для создания аналитического метода расчета условных вероятностей в линейных многоузловых ТПД.

Аналитическое представление импликативной формы условной вероятности. В случае систем с ориентированно развивающимися событиями, благодаря разработке и обоснованию метода ИФУВ, допустимые значения условной вероятности событий, описываемых формулой (1), согласно неравенству (7) для выхода узла H_1 принимают вид [12]:

$$P\left(h_1 / C_0\right) = P(C_0); \tag{8а}$$

$$P\left(h_1 / C_0\right) = P(C_0)P(h_1). \tag{8б}$$

Тогда расчетные формулы для вычисления вероятности ошибки на выходе приемного узла ТПД представляются в виде

$$P\left(C_n\right) = P\left(C_0\right) + \sum_{i=1}^{n} P(C_{i-1})P\left(h_i\right); \tag{9а}$$

$$P\left(C_n\right) = P\left(C_0\right) + \sum_{i=1}^{n} P(C_{i-1})P\left(h_i\right)^2. \tag{9б}$$

Выполнив операции по преобразованию этих выражений, получим формулы, значительно упрощающие вычисления:

$$P(C_n) = P(C_0) + P(C_0)[P(h_i) + \\ + P(h_1)P(h_2) + \ldots + P(h_1)P(h_2)P(h_n)]$$

или

$$P\left(C_n\right) = P(C_0) + P(C_0)\sum_{i=1}^{n} \prod_{i=1}^{n} P\left(h_i\right), \tag{10а}$$

а также

$$P(C_n) = P(C_0) + P(C_0)[P(h_1)^2 + \\ + P(h_1)^2 P(h_2)^2 + \ldots + P(h_1)^2 P(h_2)^2 P(h_n)^2]$$

или

$$P\left(C_n\right) = P(C_0) + P(C_0)\sum_{i=1}^{n} \prod_{i=1}^{n} P\left(h_i\right)^2. \tag{10б}$$

При использовании метода ИФУВ выражение (3) приобретает вид

$$\Delta P(C_n) = \sum_{i=1}^{n} P(C_{i-1})P(h_i); \tag{11а}$$

$$\Delta P\left(C_n\right) = \sum_{i=1}^{n} P(C_{i-1})P\left(h_i\right)^2. \tag{11б}$$

Проведя аналогичные преобразования, получим

$$\Delta P(C_n) = P(C_0)\sum_{i=1}^{n} \prod_{i=1}^{n} P(h_i); \tag{12а}$$

$$\Delta P(C_n) = P\left(C_0\right)\sum_{i=1}^{n} \prod_{i=1}^{n} P\left(h_i\right)^2. \tag{12б}$$

Далее, поделив на $P(C_0)$ и умножив на 100 обе стороны этих выражений, получим формулу для вычисления относительного приращения ошибки в ТПД под воздействием внешних факторов (в процентах):

$$\Delta\% = \sum_{i=1}^{n} \prod_{i=1}^{n} P(h_i)100\%.$$

Таким образом, благодаря использованию методологического подхода, основанного на аналогии классической и вероятностной импликации, установлены предельные значения условной вероятности в зависимости от взаимосвязи случайных событий C_0 и h и получены формулы для вычисления приращений вероятности ошибок на выходах узлов и тракта передачи данных. Результаты вычислений на основе данных эксплуатационных измерений относительно проектных позволят оценить качество канала связи и состояние аппаратуры узлов, а также, используя простые вычислительные операции, создать подсистему контроля качества канала связи и оборудования узлов в системе оперативного управления сетью связи.

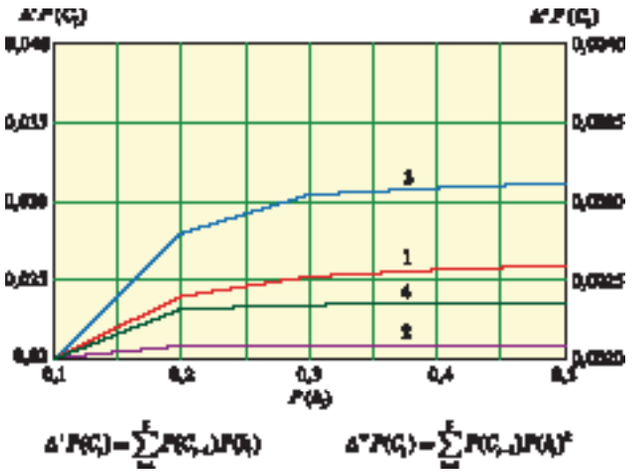

Рис. 3

Примеры использования метода ИФУВ для вычисления вероятности ошибок в линейных многоузловых ТПД. Применение этого метода исходит из условия, что задана вероятность некорректированной ошибки $P(C_0)$ в передаваемом сообщении (массиве сообщений) и известны вероятности воздействия внешних факторов $P(h_i)$ на узлы и каналы связи L_i, $i=\overline{1,n}$ между узлами. Требуется определить вероятность ошибки на выходе приемного узла $P(C_n)$. Данная задача ставится на этапе проектирования ТПД для вычисления (с целью минимизации влияния внешних факторов на работу сети в реальных условиях) величин допустимых приращений вероятностей ошибок и определения размеров дополнительных эксплуатационных затрат и оценки качества функционирования оборудования сети в эксплуатационных условиях. В примерах приведены варианты задания исходных данных. Анализ кривых, построенных по результатам вычислений, позволяет оценить характер роста (снижения) вероятности ошибок в зависимости от вероятности и характера воздействия внешних факторов.

Пример 1. Определить вероятность ошибок на выходах узлов $\Delta P(C_i)$ и на выходе узла приемника $P(C_n)$ при заданном $P(C_0)=0{,}2$ и известной последовательности вероятностей воздействия внешних факторов $P(h_i)$=0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5. Результаты вычислений ошибок:

- по формуле (11а) – $\Delta P(C_n)$=0,02592;
- по формуле (10а) – $P(C_n)$=0,22592;
- по формуле (11б) – $\Delta P(C_n)$=0,002088;
- по формуле (10б) – $P(C_n)$=0,022088.

Характер изменений $\Delta P(C_i)=f[P(h_i)]$ проиллюстрирован на рис. 3 кривыми *1* и *2* соответственно, *они показывают постепенный рост вероятности приращений ошибок* $\Delta P(C_i)$ в зависимости от роста вероятности ошибок $P(h_i)$ на узлах H_1, H_2, ..., H_n.

Пример 2. Вычислить $\Delta P(C_i)$ при известном $P(C_0)$=0,2 и нарушении последовательности вероятности ошибок относительно заданной в *примере 1*: $P(h_i)$=0,1; 0,4; 0,3; 0,2; 0,5.

Результаты вычислений:

- по формуле (11а) – $\Delta P(C_n)$=0,03112;
- по формуле (10а) – $P(C_n)$=0,23112>0,22592;

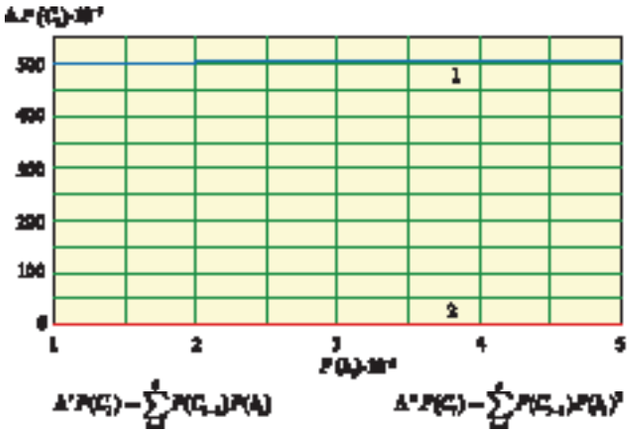

Рис. 4

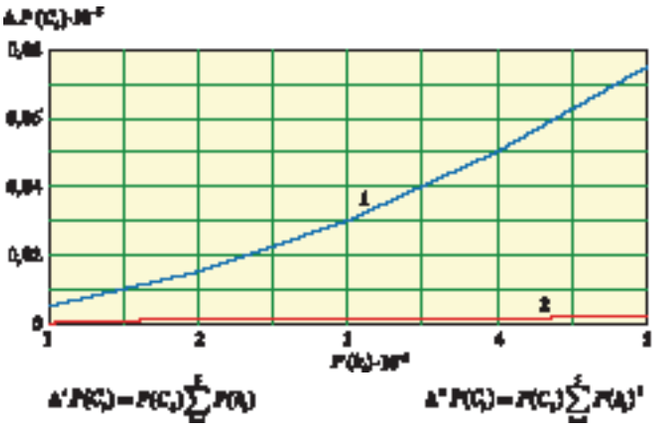

Рис. 5

- по формуле (11б) – $\Delta P(C_n)$=0,0025012;
- по формуле (10б) – $P(C_n)$=0,025012>0,022088.

Кривые *3* и *4* (см. рис. 3) свидетельствуют о резком росте вероятности приращений ошибок под воздействием внешнего дестабилизирующего фактора $P(h_2)=0{,}4$ на узле H_2, об ухудшении качества функционирования сети ТПД и служат сигналом для принятия дополнительных мер.

Пример 3. Вычислить приращения ошибок на выходах узлов H_1, H_2, ..., H_{n-1} и приемного узла H_n при заданных значениях $P(C_0)=5\cdot10^{-6}$ и $P(h_i)$=(1; 2; 3; 4; 5;)$\cdot10^{-3}$. Характер изменения $\Delta P(C_i)$ представлен на рис. 4 кривыми *1* и *2* соответственно, которые, как нетрудно заметить, остаются почти постоянными в диапазоне $P(h_i)$=(2...5)$\cdot10^{-3}$. На практике функционирования ТПД наблюдаются изменения значений вероятностей $\Delta P(C_n)$ и $P(C_n)$ относительно проектных. Поэтому возникает необходимость исследования взаимодействия ошибки кодирования C_0 и внешних факторов h_i в процессе передачи сообщений по тракту.

Представим формулу (2) в развернутом виде:

$$P(C_n)=P(C_0)+P(h_1)P(h_i/C_0)+$$
$$+P(h_2)P(h_2/C_1)+\ldots+P(h_n)P(h_n/C_{n-1}).$$

Принимая известное положение, что при $P(C_0)<1$ и $P(h_i)<1$, и обозначив $\Delta P(C_0)>P(h_i)P(h_i/C_{i-1})$, легко установить, что

$$P(C_0)>\Delta P(C_i)>\ldots>\Delta P(C_n). \qquad (\text{П-1})$$

Данное неравенство последовательности членов убывающего ряда (кривые *1* и *2* на рис. 4) свидетельствует о том, что приращения вероятности ошибок на узлах H_i, i=2,3... зависят от вероятности ошибок на предыдущих узлах, включая ошибки $P(C_0)$ узла H_0. Такая зависимость служит показателем того, что вероятностная модель (2) в общем случае описывает многоузловые сети, в которых поток событий обладает свойством последействия.

Исходя из условия однородности и отсутствия последействия потока ошибок, в [9] тракт передачи данных рассматривается как модель цепи Маркова и исследуются вероятности искажения n-элементного кода. Условие отсутствия эффекта последействия в модели (2) выражается формулой

$$P(C_n)=P(C_0)+\sum_{i=1}^{n}P(h_1)P(h_i/C_0), \qquad (\text{П-2})$$

означающей, что изменение приращения вероятности ошибок на тракте зависит только от вероятности воздействия внешнего фактора. Тогда неравенство (П-1) приобретает вид

$$P(C_0)\geqslant P(C_0)[P(h_1)\geqslant P(h_2)\geqslant\ldots\geqslant P(h_n)]; \qquad (\text{П-3а})$$

$$P(C_0)\geqslant P(C_0)[P(h_1)^2\geqslant P(h_2)^2\geqslant\ldots\geqslant P(h_n)^2], \qquad (\text{П-3б})$$

а формулы (12а) и (12б) для потока событий без последействия могут быть представлены в виде

$$\Delta P(C_n)=P(C_0)\sum_{i=1}^{n}P(h_1) \qquad (13\text{а})$$

и

$$\Delta P(C_n)=P(C_0)\sum_{i=1}^{n}P(h_1)^2. \qquad (13\text{б})$$

Пример 4. Вычислить приращения вероятности ошибки кодирования $P(C_0)=5\cdot10^{-6}$ и вероятности воздействия внешних факторов $P(h_1)$=(1; 2; 3; 4; 5)$\cdot10^{-3}$ при условии, что поток ошибок без последействия определяется по формулам (13а) и (13б). Характер изменения $\Delta P(C_i)$ проиллюстрирован на рис. 5 кривыми *1* и *2* соответственно.

Результаты вычислений:

- по формуле (13а) – $\Delta P(C_n)=0{,}075\cdot10^{-6}$ (кривая *1*);
- по формуле (11а) – $P(C_n)=5{,}075\cdot10^{-6}$;
- по формуле (13б) – $\Delta P(C_n)=0{,}000275\cdot10^{-6}$ (кривая *2*);
- по формуле (11б) – $P(C_n)=5{,}000275\cdot10^{-6}$.

Кривые *1* и *2* на рис. 5 свидетельствуют о тенденции роста $\Delta P(C_n)$ с увеличением $P(h_i)$, а следовательно, отражают технологию изменения вероятности ошибок в многоузловых трактах, когда последовательность вероятности приращений ошибок узлов представляет собой поток событий без последействия. Напомним, что термины «канал с памятью» и «канал без памяти» [9] характеризуют свойства только канала связи.

Таким образом, установлено, что применение формул ИФУВ зависит от характера взаимодействия между событиями, численных значений их вероятностей и свойств потока вероятности приращений.

Заключение. Предложенная в статье вероятностная модель тракта передачи данных как системы с ориентированно развивающимися событиями и процессами отличается простотой математического описания взаимодействия случайных событий C_0 и h_i в многоузловых трактах передачи данных. Введение и обоснование импликативной формы условной вероятности позволило получить аналитические выражения для вычисления условной вероятности и, как следствие, формулы, удобные для исследования процессов воздействия внешних факторов на достоверность передачи цифровой информации в многоузловых ТПД.

Анализ результатов вычисления ошибок в различных примерах показывает, что метод ИФУВ может быть исполь-

зован в расчетах вероятности ошибок в системах с ориентированно развивающимися событиями при условии, что вероятности параметров исследуемой системы будут представлены в формах, соответствующих методу ИФУВ.

ЛИТЕРАТУРА

1. ITU-T Recommendation M.200 (07/95). Performance limits for bringing – into service and maintenance of International PDH path, sections and transmission systems.
2. **Галчихин В.И., Сторожук Н.Л., Шитников В.И.** Расчет норм на показатели ошибок в действующих цифровых трактах взаимоувязанной сети связи России // Электросвязь. – 2002. – № 4. – С. 17–20.
3. **Абдуллаев Д.А.** Вероятностная модель системы передачи сообщений // Доклады АН РУз. – Ташкент, 2007. – № 2. – С. 42–45.
4. **Вентцель Е.С.** Теория вероятностей. – М.–Л.: Физматгиз, 1962.
5. **Гнеденко Б.В.** Курс теории вероятностей. – М.: Физматгиз, 1961.
6. **Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В.** Краткий курс математической статистики для технических приложений. – М.: Физматгиз, 1959.
7. **Хеннекен П.Л., Тортра А**. Теория вероятностей и некоторые ее приложения. – М.: Наука, 1974.
8. **Srini Devadas and Eric Lehman.** Conditional Probability // Mathematics for Computer Science, Cambridge, MIT, April, 2005. – P. 1–16.
9. **Шварцман В. О., Емельянов Г.А.** Теория передачи дискретной информации. – М.: Связь, 1979.
10. **Плиско В.Е.** Импликация // Математическая энциклопедия. – М.: Сов. энциклопедия, 1979. – Т. 2. – С. 523.
11. **Прохоров Ю.В., Розанов Ю.А.** Теория вероятностей. – М.: Наука, 1973.
12. **Абдуллаев Д.А.** О представимости условной вероятности логической функцией импликация // Доклады АН РУз. – Ташкент, 2008. – № 2. – С. 22–27.

Получено 25.10.10

ИНФОРМАЦИЯ

МГТС НАМЕРЕНА ПЕРЕВЕСТИ ВСЮ СЕТЬ В ЦИФРОВОЙ ФОРМАТ УЖЕ В ЭТОМ ГОДУ

Цифровизация столичной сети, как было заявлено на заседании рабочей группы № 6 (космос и коммуникации) при Комиссии по модернизации и технологическому развитию экономики России под председательством министра связи и массовых коммуникаций РФ **И.О. Щёголева**, завершится на два года раньше заявленных сроков и со значительной экономией средств. В основе оптимистичных планов – внедренная на сети МГТС инновационная разработка российской компании «НТЦ Протей» – медиатор плана нумерации (МПН).

МПН представляет собой специальный комплекс оборудования для перевода аналоговых АТС под управление IMS-ядра. Его использование для цифровизации сети, по словам **Б.С. Гольдштейна**, председателя совета директоров группы компаний «Экран», в состав которой входят «Аргус», «Севентест» и «Протей», имеет четыре преимущества по сравнению с тотальной заменой оборудования. Это стоимость ($10 на порт против $100), время реализации проекта (в течение одного года), организационная составляющая (не требуется переработка ранее включенных УАТС и полная ликвидация спаренных абонентских подключений) и социальная (абонент не заметит никаких изменений, и главное – у него сохранится номер). Технология МПН обеспечивает готовность к внедрению службы «112», а также технологии MNP (Mobile Number Portability) – переносимости номеров абонентов сетей фиксированной телефонной и подвижной радиотелефонной связи на территории России.

ОАО «Московская городская телефонная сеть», один из крупнейших операторов местной проводной связи в Европе (4,4 млн абонентов), входящий в группу МТС, обслуживает 90% домохозяйств в столице. Сегодня 32% ресурса нумерации МГТС, по словам генерального директора компании **С.В. Иванова**, работает в аналоговом диапазоне. Перевод в цифровой формат остающихся пока неоцифрованными 150 АТС, обслуживающих 1,5 млн абонентов, позволит предоставить всем клиентам компании одинаково широкий спектр современных телекоммуникационных услуг: переадресацию вызовов, цифровой определитель номера, доступ в Интернет со скоростью до 20 Мбит/с, IPTV. Затраты МГТС на реализацию проекта составят около 800 млрд руб. – в 10 раз меньше, чем планировалось первоначально. Сэкономленные средства будут направлены на внедрение технологии GPON (Gigabit-capable Passive Optical Networks – гигабитная пассивная оптическая сеть, оптический канал связи до каждого абонента). Внедрение МПН позволит также на 40% снизить расходы на эксплуатацию оборудования и на 32% – на энергопотребление АТС.

Пилотный проект по переключению 10 тыс. абонентов из аналогового сегмента в цифровой успешно завершился в марте 2011 г.: сегодня АТС № 700 в Новокосино работает в промышленном режиме.

Переход на инфраструктуру IMS поможет МГТС уже к началу следующего года ввести в Москве единую схему набора телефонных номеров – во исполнение приказа Минкомсвязи РФ № 137 о переходе на закрытый план нумерации. Переход на 10-значный формат номеров, уточнил инициатор данного проекта – заместитель министра связи и массовых коммуникаций **Н.С. Мардер**, МГТС осуществит по мере готовности других московских операторов к внедрению этого формата. Ожидается, что это произойдет в 2012 г.

И.О. Щёголев подчеркнул экспортный потенциал отечественной разработки: избавляться от координатных станций предстоит многим зарубежным операторам, в том числе нашим ближайшим соседям по СНГ. Данное предложение может быть вынесено в повестку дня очередного заседания Регионального содружества в области связи.