

УДК 621.372.8

ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ФОРМУЛ ДЛЯ РАСЧЕТА ИНДУКТИВНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ В МИКРОПОЛОСКОВОМ ИСПОЛНЕНИИ

А.Ж. Абденов, профессор Новосибирского государственного технического университета (НГТУ), д.т.н.; abdenov@ngs.ru

М.Г. Рубанович, доцент, докторант МГТУ, к.т.н.

В.А. Хрусталева, профессор НГТУ, д.т.н.

При конструкторской реализации схемных решений в радиотехнических устройствах, в том числе в устройствах электрической связной аппаратуры, широко используется микрополосковое исполнение печатных плат. Индуктивность при этом выполняется в виде отрезка микрополосковой линии. Существует семь методов расчета индуктивности отрезка микрополосковой линии и ни в одном из них не приводится гарантированная точность расчета этого параметра. Авторы решили провести эксперимент и на основе статистической обработки полученных результатов определить, какой из расчетных методов наиболее точно характеризует индуктивность отрезка микрополосковой линии.

Введение. Плоские индуктивные элементы находят применение в полосковых схемах на органических и неорганических диэлектриках и являются, по существу, отрезком линии. При проектировании сверхвысокочастотных (СВЧ) микросхем в схемах усилителей, умножителей, смесителей, фильтров, линий задержки и т.д., выполненных на основе полосковых схем, необходимо реализовывать индуктивность отрезком линии передачи с достаточной точностью, позволяющей избежать подстройки номинала индуктивности. К исследованию авторов подвигло отсутствие в монографиях и учебниках оценок погрешностей методов расчета индуктивности полосковых элементов. Оценки погрешностей позволят разработчикам интегральных СВЧ-схем выбрать формулу для расчета параметров отрезка линии, реализующей индуктивность требуемого номинала.

Постановка задачи. На рис. 1 показана проводящая пленка, напыленная на диэлектрик с металлизированным основанием и представляющая собой элемент в полосковом исполнении. Геометрические размеры, приведенные на рис. 1, соответствуют обозначениям, которые используются в рассматриваемых ниже формулах (b – ширина отрезка микрополосковой линии, l – толщина диэлектрика, δ – толщина проводящего слоя, m и n – число разбиений ширины и длины отрезка микрополосковой линии соответственно). Су-

ществуют различные методики расчета индуктивности микрополосковых элементов. Требуется оценить погрешности этих методик и рекомендовать к использованию конкретную формулу расчета индуктивности.

Методы расчета и индуктивности отрезка микрополосковой линии.

Метод 1. Расчет можно произвести с помощью формулы для скорости распространения электромагнитной волны вдоль идеального проводника в идеальном диэлектрике [1] и волнового сопротивления линии:

$$v = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{эф}}}; \quad L_b = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (1)$$

где v – скорость распространения волны в линии; $c = 3 \cdot 10^{11}$ мм/с – скорость света; L – индуктивность микрополоска на единицу длины, нГн; C – емкость микрополоска на единицу длины, пФ.

Соотношения (1) определяют индуктивность на единицу длины отрезка полосковой линии. Индуктивность отрезка линии заданной длины

$$L = Z_b l_0 \sqrt{\epsilon_{эф}} / c, \quad (2)$$

где l_0 – длина линии, мм; Z_b – волновое сопротивление линии, которое при $l/b \leq 1$ вычисляется по формуле

$$Z_b = \left(120 / \sqrt{2(\epsilon_r + 1)} \right) \times \left\{ \ln \left(\frac{8l}{b} \right) + \frac{b^2}{32l^2} - \frac{1}{2} (\epsilon_r - 1) \left[\ln \frac{\pi}{2} + \ln \left(\frac{4}{\pi} \right) / \epsilon_r \right] / (\epsilon_r + 1) \right\}; \quad (3)$$

при $l/b > 1$ – по формуле

$$Z_b = (60\pi / \sqrt{\epsilon_r}) \times \left[\frac{b}{2l} + 0,441 + 0,082(\epsilon_r - 1) / \epsilon_r^2 + (\epsilon_r + 1)A / (2\pi\epsilon_r) \right]^{-1}, \quad (4)$$

где

$$A = 1,451 + \ln \left[\frac{b}{2l} + 0,94 \right].$$

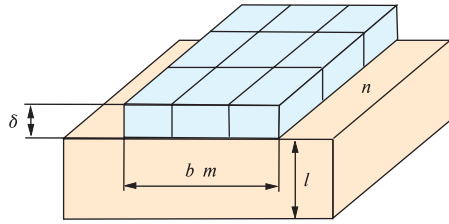


Рис. 1

Формула (2) также позволяет оценивать индуктивность вводов плоских элементов.

Метод 2. Для расчета индуктивности микрополосковой линии на единицу длины в [2] предлагается формула, учитывающая увеличение площади, по которой растекается ток, уменьшая результирующую индуктивность. Приведенные в [2] формулы имеют вид:

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \frac{8l}{b'} + \frac{1}{32} \left(\frac{b'}{l} \right) + \dots \right] \text{ для } b'/l \leq 2; \quad (5)$$

$$L = \frac{\mu_0}{2} \left\{ \frac{b'}{l} + \frac{1}{\pi} \ln \left[2\pi e \left(\frac{b'}{2l} + 0,94 \right) \right] \right\}^{-1} \text{ для } b'/l \geq 2, \quad (6)$$

где $b' = b + \Delta b$, Δb – поправка на ширину слоя b ; e – основание натурального логарифма. Поправка Δb вычисляется по формуле

$$\Delta b = \frac{\delta}{\pi} \ln \left(\frac{4\pi b}{\delta} + 1 \right) \text{ для } \frac{b}{\delta} \leq \frac{1}{2}\pi \text{ и } \frac{2\delta}{l} < \frac{b}{l};$$

$$\Delta b = \frac{\delta}{\pi} \ln \left(\frac{2}{\delta} + 1 \right) \text{ для } \frac{b}{\delta} \geq \frac{1}{2}\pi.$$

Метод 3. Как приведено в [3], индуктивность прямоугоньной полоски в свободном пространстве, удаленной от других проводников и магнитных материалов, определяется выражением

$$L_R l_0 = 0,129 \cdot 10^{-3} l_0 \left\{ \ln \frac{l_0}{b + \delta} + 1,193 + 0,2235 \frac{b + \delta}{l_0} \right\}, \quad (7)$$

где L_R – индуктивность в свободном пространстве.

На высоких частотах индуктивность снижается из-за скин-эффекта [3]. Уменьшение индуктивности составляет около 4 % на частоте 1 кГц, а с дальнейшим ростом частот это значение остается неизменным [4]. Наличие заземленной пластины также оказывает влияние на значение индуктивности: при ее приближении индуктивность уменьшается, что может быть учтено с помощью корректирующего коэффициента K_g :

$$L = K_g L_R.$$

Снижение индуктивности может быть записано в замкнутой форме [5]:

$$K_g = 0,57 - 0,145 \ln \left(\frac{b}{l} \right).$$

Метод 4. На основании метода о среднегеометрических расстояниях [6] предложена формула расчета индуктивности при наличии параллельно полоске заземленного основания:

$$L_K = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \frac{(2l)^2}{b^2} \ln \frac{2l}{\sqrt{(2l)^2 + (b)^2}} + \ln \frac{r}{0,223(b + \delta)} + \frac{2l}{b} \varphi - \frac{3}{2} \right\}, \quad (8)$$

где $\varphi = 2 \arctan \frac{b}{l}$; $r = 2\sqrt{(b)^2 + (2l)^2}$.

Метод 5. С учетом неравномерности распределения тока по поверхности проводника предлагается алгоритм расчета индуктивности методом продольного разбиения полоски [7]. Индуктивность определяется при весьма высокой частоте. Суть алгоритма в следующем.

1. Разделение микрополоскового проводника в поперечном сечении на m полос (см. рис. 1), определение собственной индуктивности каждой полоски:

$$L_K = \frac{\mu_0}{2\pi} \left\{ \frac{(2lm)^2}{b^2} \ln \frac{2l}{\sqrt{(2l)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2}} + \ln \frac{r}{0,223 \left(\frac{b}{m} + \delta\right)} + \frac{2lm}{b} \left(\varphi - \frac{3}{2} \right) \right\}, \quad (9)$$

где $\varphi = 2 \arctan \frac{b}{lm}$; $r = 2\sqrt{\left(\frac{b}{m}\right)^2 + (2l)^2}$.

2. Определеение взаимной индуктивности между полосами по формуле

$$M = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{g_{ad}}{g_{ac}},$$

где

$$\ln g_{ac} = \ln \frac{bk}{m} + \frac{1}{2}(k+1)^2 \ln \left(\frac{1}{k} + 1 \right) + \frac{1}{2}(k-1)^2 \ln \left(1 - \frac{1}{k} \right) - \frac{3}{2};$$

$$\ln g_{ad} = m^2 \frac{A1 - A2}{b^2};$$

$$A1 = 4l^2 \ln \frac{r_1^2}{r_2 r_3} - \frac{1}{2}(2r_1^2 \ln r_1 - r_2^2 \ln r_2 - r_3^2 \ln r_3);$$

$$A2 = 2l \left[\left(\frac{bk}{m} + \frac{b}{m} \right) (\varphi_1 + \varphi_2) - \frac{bk \varphi_3}{m} - \left(\frac{bk}{m} + \frac{2b}{m} \right) \varphi_4 \right] - \frac{3b^2}{2m^2};$$

$$r_1 = \sqrt{4l^2 + \left(\frac{b(k+1)}{m}\right)^2}; \quad r_2 = \sqrt{4l^2 + \left(\frac{bk}{m}\right)^2}; \quad r_3 = \sqrt{4l^2 + \left(\frac{b(k+2)}{m}\right)^2}.$$

Основные параметры приведенных формул соответствуют обозначениям на рис. 2, значения углов $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ – на рис. 3.

Следует отметить, что собственная индуктивность микрополоскового проводника однозначно выражается через значения индуктивностей и взаимноиндуктивностей элементарных блоков. Это можно показать следующим образом. Согласно закону Кирхгофа, приложенному внешнему напряжению U соответствует протекание токов I по токовым

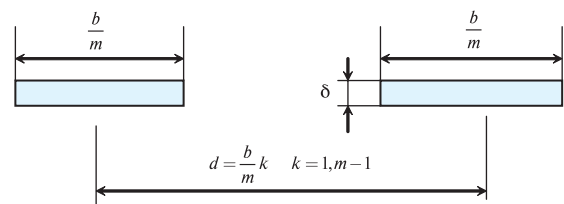


Рис. 2

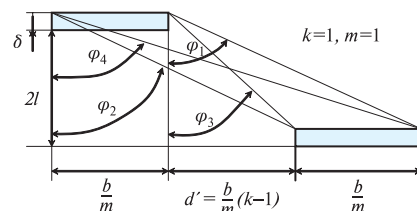


Рис. 3

полосам, которые связаны между собой матричным соотношением:

$$|\mathbf{U}| = |\mathbf{Z}| |\mathbf{I}|.$$

Если вынести из матрицы $|\mathbf{Z}|$, составленной из собственных индуктивных и взаимных индуктивных сопротивлений блоков, угловую частоту ω и учесть, что ко всем элементарным блокам поперечной полосы приложено одинаковое напряжение U , то приходим к уравнению:

$$\omega |\mathbf{L}| |\mathbf{I}| = \mathbf{U} |\mathbf{1}|, \quad (10)$$

где $|\mathbf{1}|$ – единичный вектор-столбец.

Уравнение (10) решается относительно вектор-столбца $|\mathbf{I}|$:

$$|\mathbf{I}| = \frac{U}{\omega} |\mathbf{1}| |\mathbf{L}|^{-1}. \quad (11)$$

Суммарный входной ток резистивной пленки I равен сумме элементов вектор-столбца $|\mathbf{I}|$:

$$I = \sum_{k=1}^m I_k. \quad (12)$$

Подставив (11) в (12), приходим к выражению:

$$I = \frac{U}{\omega} \sum_{q=1}^m \sum_{p=1}^m L_{pq}^{-1}. \quad (13)$$

При этом для импеданса поперечной полосы, показанной на рис. 1, справедливо соотношение:

$$Z = \omega L_s = \frac{U}{I}, \quad (14)$$

где L_s – собственная индуктивность поперечной полосы резистивной пленки.

Подставив в (14) соотношение (13), получим выражение для расчета собственной индуктивности поперечной полосы:

$$L_s = \frac{1}{\sum_{q=1}^m \sum_{p=1}^m L_{pq}^{-1}}, \quad (15)$$

где L_{pq} – взаимная индуктивность между полосами p и q .

Таким образом, чтобы определить L_s , необходимо составить матрицу $|\mathbf{L}|$, вычислить элементы обратной матрицы $|\mathbf{L}|^{-1}$ и суммировать ее элементы. Полученное значение подставить в знаменатель выражения (15).

Метод 6. Точное значение индуктивности микрополоскового проводника относительно заземленного основания можно определить по формуле:

$$L = \mu_0 \frac{K}{K'}, \quad (16)$$

где K и K' – полные эллиптические интегралы первого рода с модулями k и $k' = \sqrt{1-k^2}$. Модуль k определяется из систем уравнений:

$$K' E'(\Theta, k) - E' F'(\Theta, k) = \frac{\pi c}{2 d};$$

$$\sin^2(\Theta) = \frac{K' - E'}{(1-k^2)K'},$$

где K , E , $F'(\Theta, k)$, $E'(\Theta, k)$ – обозначения полных и неполных эллиптических интегралов первого и второго рода с дополнительным модулем $k' = \sqrt{1-k^2}$. Для упрощения расчетов решение этой системы дано в [6] в виде зависимости d/c от k^2 . Для определения отношения K/K' удобно пользоваться таблицей приложения 4 в [6], где это отношение представлено в виде зависимости от квадрата модуля k .

Метод 7. Точное значение индуктивности можно определить [8], зная точное значение емкости. С учетом краевой

емкости отрезка микрополосковой линии единичной длины: $v = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – скорость распространения волны в линии, где L и C – погонные индуктивность и емкость.

Скорость распространения волны в воздушной линии равна скорости распространения света:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{эф}}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{эф} \epsilon_0 \mu_0}},$$

где c – скорость света

Приравняв между собой выражения для скорости распространения волны в линии получим:

$$L = \frac{\epsilon_{эф}}{C c^2}. \quad (17)$$

Существует ряд формул [1] расчета погонных емкостей. Емкость отрезка полосковой линии единичной длины:

$$C = C_0 + 2C_K,$$

где $C_0 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r b}{l}$;

$$C_K = \frac{\epsilon_0}{2} \left[120 \pi Z_b(b, l, 1) / Z_b^2(b, l, \epsilon_r) - \epsilon_r \frac{b}{l} \right].$$

При $\frac{2l}{b} \leq 1$ погрешность расчета $C=1\%$, при $\frac{2l}{b} \leq 2$ значение $C=2\%$.

Оценка погрешности формул расчета индуктивности. Эксперимент проводился с помощью прибора “Измеритель L, C, R цифровой Е 7-12”. Для снятия данных был изготовлен держатель отрезка линии, представляющий собой два отрезка коаксиальной линии, внешняя оплетка которой заземлена. Это исключало индуктивную связь держателя с окружающими элементами и как следствие создавало независимость собственной индуктивности держателя от его расположения в пространстве.

Для придания жесткости конструкции коаксиальные отрезки, представляющие собой ножки держателя, обкручивают вокруг внешней оплетки миллиметровой посеребренной проволокой и припаяивают к ней. При снятии на приборе собственной индуктивности держателя, его устанавливали в присоединительном устройстве прибора (Е 7-12) по фиксированному уровню, а с другой стороны центральные жилы



Рис. 4

спаивали стык в стык. Отрезок линии выполнен на фольгированном фторопласте толщиной 2,5 мм, толщина металлизации – 0,05 мм.

Торец отрезка полосковой линии припаивали к торцу центральной линии держателя (рис. 4). Определяли абсолютную индуктивность держателя с отрезком полосковой линии. Собственная индуктивность отрезка полосковой линии равна разности индуктивности отрезка полосковой линии с держателем и собственной индуктивности держателя.

В ходе эксперимента получен дискретный набор значений индуктивности на интервале изменения параметра $b=1,4-5,8$ мм. Результаты эксперимента представлены в табл. 1.

Очевидно, что экспериментальные значения содержат погрешности измерителей. Для исследования погрешности формул расчета индуктивности строят непрерывную математическую модель, характеризующую зависимость значений индуктивности от ширины полоска $L(b)$. Для исследования предлагается использовать стохастическую линейную дифференциальную модель в пространстве состояний [9].

Пусть зависимость индуктивности от ширины полоски описывается обыкновенным линейным дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{d}{db} L(b) = a_1 L(b) + a_2, \quad b = [b_0, b_N]; \quad (18)$$

$$L(b_0) = L_0, \quad (19)$$

где $L(b)$ – значения индуктивности при ширине полоски равной b ; b_0 – начальное значение интервала изменения параметра b ; L_0 – начальное значение индуктивности; a_1 и a_2 – неизвестные параметры дифференциальной модели.

Выход измерительной системы можно записать в виде стохастического соотношения:

$$y_i(b_k) = h_i L(b_k) + v_i(b_k), \quad k = \overline{1, N}, \quad (20)$$

Таблица 1

Ширина отрезка линии, мм	Длина отрезка линии, мм	Индуктивность, нГн		
		держателя с отрезком линии	закороченного держателя	отрезка линии длиной 200 мм
1,4	29,5	96,2	80,2	108,4
1,9	30,0	95,4	80,5	99,2
2,4	30,6	92,8	79,5	86,8
2,7	30,7	91,6	79,5	78,8
3,3	27,0	89,6	79,6	74,1
3,8	30,0	92,1	81,5	70,3
4,0	29,6	90,0	79,7	69,6
4,3	30,0	91,9	82,5	62,6
5,0	30,0	89,5	80,8	58,0
5,8	30,3	89,2	80,9	54,8

Таблица 2

Ширина отрезка линии, мм	Длина отрезка линии, мм	Индуктивность, нГн									Данные эксперимента
		1	2	3	4	5	6	7	модель		
1,4	29,5	14,8	15,1	10,5	16,2	15,7	16,0	14,8	16,1	16,0	
1,9	30,0	13,7	13,7	9,3	14,7	14,2	14,2	13,7	14,6	14,9	
2,4	30,6	12,9	12,8	8,5	13,7	13,2	13,1	12,8	13,4	13,3	
2,7	30,7	12,7	12,1	8,0	13,0	12,5	12,5	12,8	12,7	12,1	
3,3	27,0	10,1	9,7	6,1	10,4	10,0	10,0	10,2	10,1	10,0	
3,8	30,0	10,5	10,0	6,5	10,8	10,4	10,3	10,5	10,2	10,6	
4,0	29,6	10,1	9,6	6,2	10,4	10,0	9,9	10,2	9,8	10,3	
4,3	30,0	9,9	9,3	6,0	10,2	9,8	9,7	9,9	9,5	9,4	
5,0	30,0	9,1	8,5	5,5	9,4	9,0	8,9	9,1	8,7	8,7	
5,8	30,3	8,5	7,8	5,0	8,7	8,3	8,3	8,5	8,1	8,3	

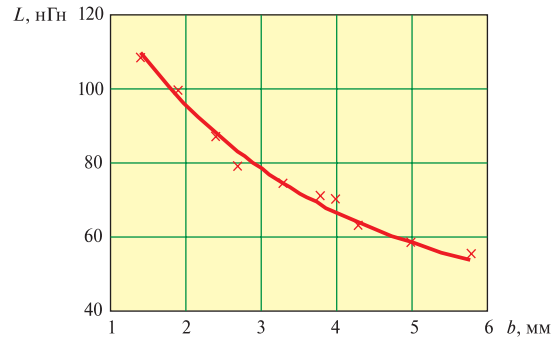


Рис. 5

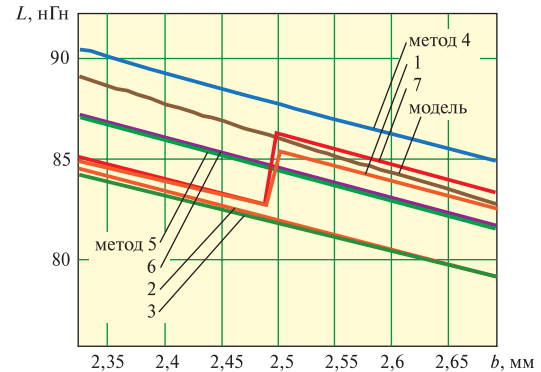


Рис. 6

где $y_i(b_k)$ – известный вектор измерений i -го экспериментатора размера N ; h_i – характеризует измерительную систему и i -го экспериментатора; $v_i(b_k)$ – случайная погрешность измерений (предполагается $v \sim N(0, R)$); N – размер выборки. Из табл. 1 N принимает значение равное 10.

Требуется оценить неизвестные параметры a_1 и a_2 дифференциального уравнения (18) по данным выхода измерительной системы $\{y(b_k), k = \overline{1, N}\}$.

Экспериментатор один, и для простоты полагаем $h_i=1$. Вводим обозначения:

$$\mathbf{Y} = \frac{d}{db} \begin{bmatrix} L(b_1) \\ \dots \\ L(b_N) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} L(b_1) & 1 \\ \dots & \dots \\ L(b_N) & 1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} v(d_1) \\ \dots \\ v(d_2) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix},$$

тогда соотношение (18) можно переписывать в виде:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{XQ} + \mathbf{V}. \quad (21)$$

Соотношение (21) представляет собой регрессионную модель. Для нахождения оценок параметров модели (21) используется стандартное соотношение метода наименьших квадратов [9]:

Таблица 3

Метод расчета	Среднеквадратические отклонения, нГн	Погрешность, %, не более
1	3,5036 (1,9372*)	8 (6*)
2	3,3110	6,2
3	27,9	38,9
4	3,3400	8
5	1,61	3,28
6	1,34	2,64
7	3,7273 (2,0664*)	8,2 (6*)

* Результаты, полученные с использованием формулы (3) для всего интервала изменения параметра b .

$$\hat{Q} = (X^T X)^{-1} X^T Y.$$

В качестве первого столбца матрицы X берется вектор данных эксперимента $y(b_k)$, $k = \overline{1, N}$. Вектор Y получается путем численного нахождения производных $\frac{d}{db} L(b_k)$. Для этого данные наблюдения $\{y(b_k), k = \overline{1, N}\}$ аппроксимируются с помощью регуляризирующего кубического сплайна $S(b)$. Получаем временной ряд s с уровнями $\tilde{y}(b_k)$, $k = \overline{1, N}$. Тогда значения производных $\frac{d}{db} L(b_k)$ вычисляются по формуле [10]:

$$\frac{d}{db} L(b) = \frac{L(b_{j+1}) - L(b_j)}{\Delta b} - \frac{\Delta b}{6} \left[(2 - 6z + 3z^2) M_j + (1 - 3z^2) M_{j+1} \right],$$

где $b = [b_j, b_{j+1}]$; $z = (b - b_j) / \Delta b$; $M_j = \ddot{S}(b_j)$ получаем в процессе построения $S(b)$, $j = \overline{1, N}$. Вычисленные значения оценок параметров дифференциальной модели составляют $\{\hat{a}_1 = -0,36878, \hat{a}_2 = 14,570\}$.

Данные эксперимента и решение дифференциального уравнения (18) с найденными значениями параметров \hat{a}_1 и \hat{a}_2 и начальным значением индуктивности (8), равным начальному значению сглаженных данных $\tilde{y}(b_1)$, представлены на рис. 5. В табл. 2 приведены результаты расчета индуктивности по семи методам, регрессионной модели, а также данные эксперимента для параметров отрезков линии (нГн), используемых в эксперименте.

На рис. 6 для части интервала изменения параметра b приведен график расчета индуктивности $L(b)$ по семи методам для отрезка линии длиной 200 мм, толщиной металлизации 0,05 мм при ширине диэлектрика 2,5 мм, а также результаты расчета индуктивности модели. Необходимо отметить, что для расчета по методу 1 необходимо использовать ε_ϕ , а по методу 7 — ε_r . При расчете по методу 5 линия по ширине разбивалась на восемь частей.

Для оценки точности формул (степени близости формулы и модели, полученной по экспериментальным данным) вычисляются среднеквадратичные отклонения значений индуктивности, рассчитанные по семи формулам от значений индуктивности, полученных по дифференциальной модели на интервале исследования:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (L_j(b_i) - L_M(b_i))^2}{n-1}}, \quad j = \overline{1, 7}, \quad (22)$$

где $L_j(b_i)$ — индуктивность, рассчитанная по j -й формуле; $L_M(b_i)$ — индуктивность, полученная при расчете по дифференциальной модели.

В табл. 3 приведены результаты расчета среднеквадратичных отклонений (22) для 441-го значения на интервале исследований и погрешности семи методов. В качестве погрешностей взяты выраженные в процентах максимальные относительные погрешности расчетов по формулам модели (18) на интервале исследования.

Таким образом, из данных табл. 2 следует, что наименьшая погрешность расчета индуктивности на интервале исследования обеспечивается методом 5 разбиения полоски в поперечном сечении и методом 6 эллиптических интегралов. Повышение точности в методах 1 и 7 при использовании формулы (4) и соответствующем соотношении l/b не наблюдается.

Выполненная оценка погрешности расчета индуктивности позволяет рекомендовать к использованию в практических целях формулы, связанные с разбиением полоски в поперечном сечении (метод 5) и с вычислением эллиптических интегралов (метод 6). Так как алгоритм расчета по методу 5 для любых значений параметров несложен для ЭВМ, данная формула может быть рекомендована как наиболее предпочтительная.

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по расчету и конструкции СВЧ полосковых устройств (под ред. В.И. Вольмана). — М.: Радио и связь, 1982.
2. Полосковые платы и узлы. Проектирование и изготовление (под ред. Е.П. Котова и В.Д. Каплуна). — М.: Советское радио, 1979.
3. Гунга К., Гардж Р., Чадха Р. Машинное проектирование СВЧ устройств. — М.: Радио и связь, 1987.
4. Gopinath A. and Silvester P. Calculation of Inductance of finite Length Strips and its Variation with Frequency// IEEE Trans. Microwave Theory Tech. — 1973. — Vol. MTT-21. — P. 380–386.
5. Chaddock R.E. The Application of Lumped Element Techniques to High Frequency Hybrid Integrated Circuits// Radio and Electronics Engg. (GB). — 1974. — Vol. 44. — P. 414–420.
6. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивности. Справочная книга. — Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отд., 1986.
7. Рубанович М.Г., Разинкин В.П., Востряков Ю.В. и др. Матричный метод расчета индуктивных параметров эквивалентной схемы пленочного резистора// Известия высших учебных заведений России/ Радиоэлектроника. — С.-Петербург, 2008. — Вып. 3. — С. 70–77.
8. Конструирование и расчет полосковых устройств (под ред. И.С. Ковалёва). — М.: Советское радио, 1974.
9. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. — М.: Мир, 1975.
10. Абденов А.Ж., Снисаренко А.В., Трошина Г.В. Описание динамических процессов с помощью кусочно-дифференциальной модели. — Новосибирск: Сб. науч. трудов НГТУ. — 2002. — № 1(27). — С. 3–12.

Получено после доработки 25.01.10