УДК 621.391.019

ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬ СИСТЕМЫ ПЕРЕДАЧИ ОПТИМАЛЬНЫХ ФИНИТНЫХ СИГНАЛОВ ПО ТЕЛЕФОННОМУ КАНАЛУ СВЯЗИ

В.Г. Санников, профессор МТУСИ, к.т.н.; tes_mtuci@mail.ru

Ключевые слова: *система цифровой телефонии, многоуровневая и квадратурная амплитудная манипуляция, оптимальные финитные сигналы, коэффициент передачи по энергии, помехоустойчивость.*

Введение. Связь между передатчиком и приемником в системе цифровой телефонии (СЦТ) осуществляется по телефонному каналу связи (ТЛФ КС) посредством финитных во времени сигналов с битовой скоростью $V=1/T$, где T – длительность двоичного сообщения (бита). Она сопряжена с наличием шумов и межсимвольных искажений (МСИ), возникающих из-за неравномерности АЧХ ТЛФ КС [1, 5]. В виду того, что при высоких скоростях передачи доминирующее влияние на снижение помехоустойчивости систем оказывают МСИ, актуальной становится оценка потенциальной помехоустойчивости СЦТ в условиях МСИ.

Задачи, связанные с потенциальной помехоустойчивостью систем цифровой передачи в каналах без МСИ, решены в [2]. Оценка же потенциальной помехоустойчивости таких систем, в частности СЦТ, при наличии МСИ наталкивается на значительные трудности. Для их решения существует ряд подходов.

Первый подход связан с использованием сигналов и сигнально-кодовых конструкций, не согласованных с каналом связи, а прием их в целом происходит на сложный приемник, включающий линейный выравниватель канала с большой по времени задержкой и решающее устройство (РУ) максимального правдоподобия [2]. При переходе от двоичных к многоуровневым сигналам такой прием, осуществляемый даже на основе быстрого алгоритма Витерби [3], становится практически нереализуемым. Причем помехоустойчивость системы в этом случае оценивается лишь приближенно [2].

Второй подход связан с оптимизацией передатчика с целью синтеза оптимальных финитных сигналов (ОФС), не вызывающих МСИ на выходе канала, и применении достаточно простого оптимального поэлементного приема без задержки решений во времени. Это направление, развиваемое в [4–5], не требует использования выравнивателя канала и позволяет точно оценить потенциальную помехоустойчивость СЦТ для выбранной модели канала связи.

Цель исследования. На основе синтеза ОФС для ТЛФ КС, проведенного в [5], и использовании оптимального поэлементного приема на согласованный фильтр (СФ), приводится расчет потенциальной помехоустойчивости СЦТ с многоуровневой амплитудной манипуляцией (МАМ) и квадратурной амплитудной манипуляцией (КАМ).

Система цифровой телефонии с МАМ. Модель СЦТ с МАМ, содержащая блок преобразования двоичных в многоуровневые символы $2 \to M$ на передаче и обратный блок $M \to 2$ (после многопорогового решающего устройства – МП РУ) на приеме, а также ТЛФ КС и оптимальные когерентные модулятор и демодулятор, или оптимальный когерентный модем (ОКМ), показана на рис. 1. Полагается, что системы восстановления несущей (СВН) и тактовой частоты (СВТЧ) обеспечивают идеальную синхронизацию СЦТ.

Входной информационный сигнал СЦТ $a(t)$ представляет собой последовательность независимых равновероятных двоичных сообщений, принимающих на каждом интервале T значения 0 или 1. В блоке БП $2 \to M$, путем объединения двоичных символов, эта последовательность преобразуется в симметричный по уровню МАМ сигнал с $M = 2^m$. Сигнал МАМ представляет стационарную последовательность случайных равновероятных величин с нулевым средним, которые в моменты $t_k = kT_s$ где $T_s = T \log_2 M$, принимают кусочно-постоянные значения

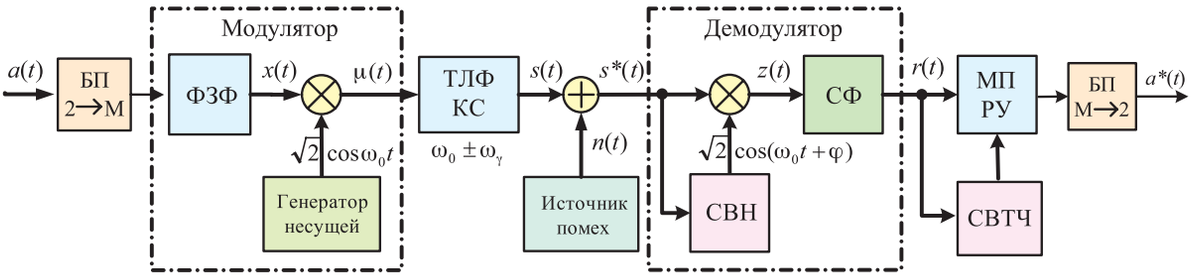

Рис. 1

$$a^{(i)} = (2i - 1 - M)d, \quad i = \overline{1, M}. \tag{1}$$

Здесь расстояние между сигнальными точками случайной величины $A = \{a^{(i)}\} = 2d$ характеризует энергетическую базу сигнала МАМ [1, 2], в дальнейшем $\log_2 M = \mathrm{ld}\, M$.

Важным параметром случайной величины $A = \{a^{(i)}\}$ является ее средняя мощность

$$\overline{P_s} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}(2i - 1 - M)^2 d^2 = \frac{(M^2 - 1)d^2}{3}. \tag{2}$$

В СЦТ с линейным каналом и ограниченным энергоресурсом передающего устройства сравнение дискретных ансамблей проводят по коэффициенту помехоустойчивости

$$\alpha_M = d / \sqrt{\overline{P_s}}. \tag{3}$$

Отсюда, с учетом (3) и (2), находим величину d в (1) через среднюю мощность МАМ:

$$d = \alpha_M \sqrt{\overline{P_s}} = \sqrt{\frac{3\overline{P_s}}{(M^2 - 1)}}. \tag{4}$$

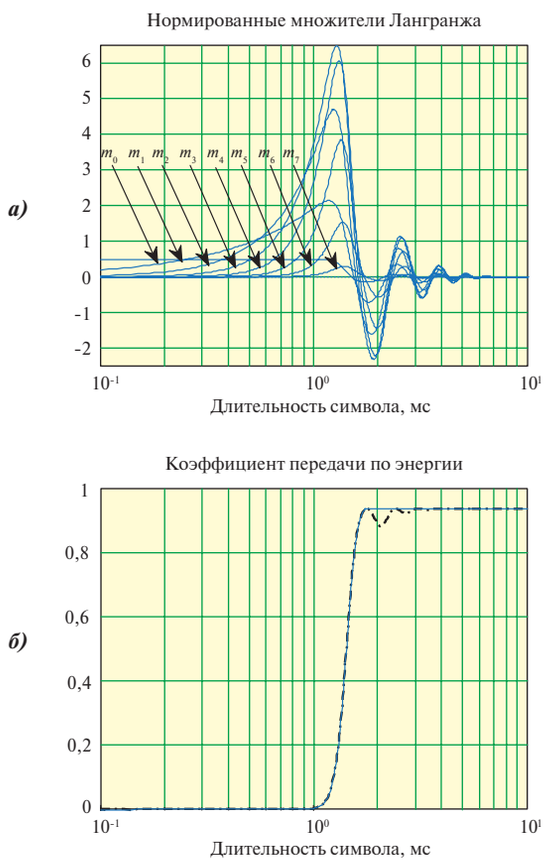

Рис. 2

На входе модулятора ОКМ наблюдается случайная последовательность

$$A(t) = \sum_k a_k^i u(t - kT_s),$$

где $u(t)$ – импульс единичной амплитуды и длительности T_s. В формозадающем фильтре (ФЗФ) ОКМ по заданным характеристикам (импульсной реакции $q(t)$ или передаточной функции $k(j\omega)$) низкочастотного эквивалента ТЛФ КС вместо сигнала $u(t)$, $0 \le t \le T_s$, синтезируется по методике, описанной в [5], ОФС $x(t)$, $0 \le t \le T_s$, со спектром [5]:

$$S_x(j\omega) = \varepsilon k(-j\omega)\Phi(j\omega, T_s), \tag{5}$$

где

$$k(j\omega) = 1 / \sqrt{1 + (\omega / \omega_\gamma)^{2p}}, \ \omega_\gamma = 2\pi F_\gamma, \ p = 8, \ F_\gamma = 1{,}55, \text{ кГц} \tag{6}$$

– передаточная функция низкочастотного эквивалента ТЛФ КС [5];

$$\Phi(j\omega, T_s) = \left[1 - 2\sum_{l=0}^{p-1}\lambda_l \omega^l \cos\left[0{,}5(\omega T_s - l\pi)\right]\right]\exp(-j\omega T_s / 2) \tag{7}$$

– сигнальная функция канала, в которой $\lambda_l, l = \overline{0,7}$ – множители Лагранжа, определяемые из решения системы линейных алгебраических уравнений вида:

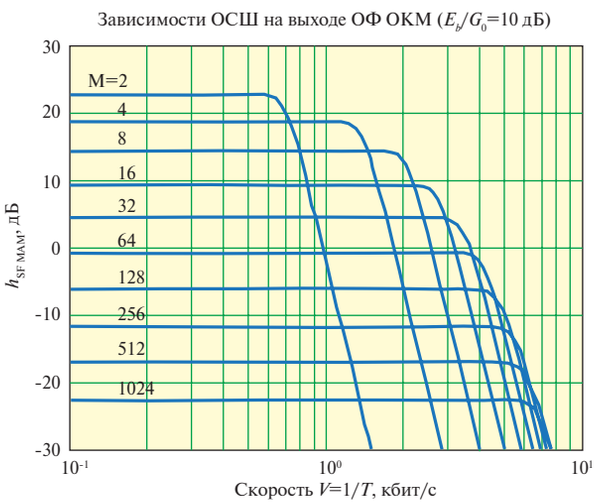

Рис. 3

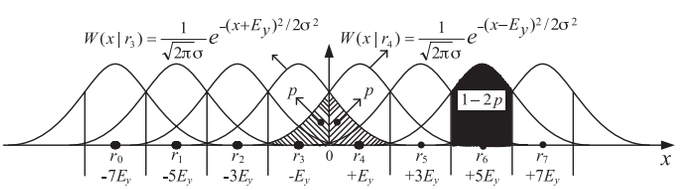

Рис. 4

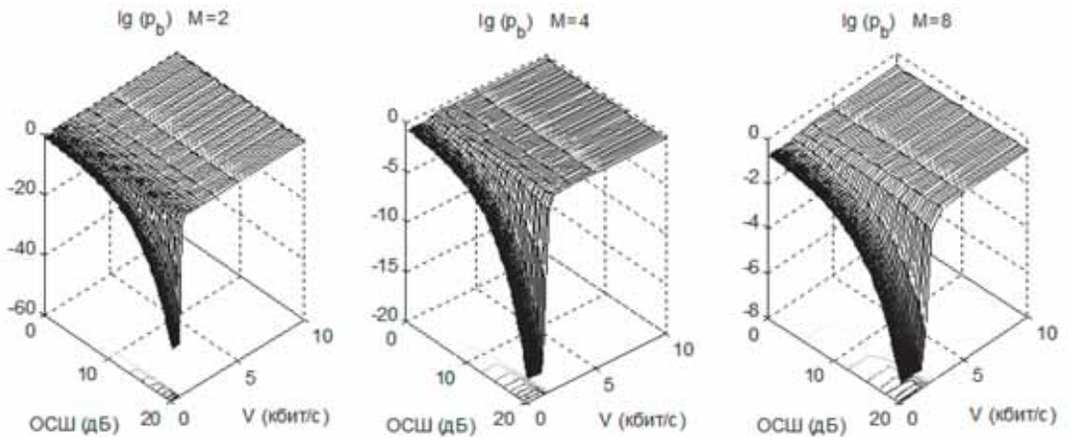

Рис. 5

$$\begin{cases} \sum_{l=0}^{7} \lambda_l \omega_\gamma^l \left\{ e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \cos\psi_{lk-} + (-1)^l e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \cos\psi_{lk+} \right\} = 1, \\ \psi_{lk-} = \frac{\beta_k T}{2} - l\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_k\right); \\ \sum_{l=0}^{7} \lambda_l \omega_\gamma^l \left\{ e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \sin\psi_{lk-} + (-1)^{l+1} e^{-\frac{\alpha_k T}{2}} \sin\psi_{lk+} \right\} = 0, \\ \psi_{lk+} = \frac{\beta_k T}{2} + l\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_k\right), \quad k = \overline{1,4}, \end{cases} \tag{8}$$

где $\alpha_k = \omega_\gamma \sin\varphi_k, \beta_k = \omega_\gamma \cos\varphi_k, \varphi_k = (2k-1)\pi/16$.

Следует отметить, что условие (8) для множителей Лагранжа определяет форму и финитность во времени ОФС $x(t)$ на входе и $y(t)$ на выходе ТЛФ КС для $0 \le t \le T_s$. На рис. 2, *а* показаны графики нормированных множителей Лагранжа $m_l = \lambda_l \omega_\gamma^l$, $l = \overline{0,7}$.

Сигнал на выходе модулятора или на входе ТЛФ КС (см. рис. 1) определяется так: $\mu(t) = x(t)\sqrt{2}\cos\omega_0 t$, $0 \le t \le T_s$. При этом информационная составляющая отклика ТЛФ КС, соответственно, равна

$$s(t) = y(t)\sqrt{2}\cos(\omega_0 t + \varphi), \quad 0 \le t \le T_s, \tag{9}$$

где $y(t)$, $0 \le t \le T_s$ – ОФС на выходе низкочастотного эквивалента ТЛФ КС, аналитическое представление которого дано в [5]. Комплексный спектр данного ОФС

$$S_y(j\omega) = S_x(j\omega)k(j\omega) = \varepsilon k^2(\omega)\Phi(j\omega, T_s). \tag{10}$$

С учетом (5), (6) и (10), определим коэффициент передачи по энергии (КПЕ):

$$k_E(T_s) = \frac{E_y}{E_x} = \frac{\int_0^\infty S_y^2(\omega)d\omega}{\int_0^\infty S_x^2(\omega)d\omega} = \frac{\int_0^\infty \Phi^2(\omega, T_s)d\omega / \left[1 + (\omega/\omega_\gamma)^{16}\right]^2}{\int_0^\infty \Phi^2(\omega, T_s)d\omega / \left[1 + (\omega/\omega_\gamma)^{16}\right]}. \tag{11а}$$

На рис. 2, *б* (штрихпунктирная линия) показана зависимость КПЕ, построенная по (11а). Это сложное соотношение. Поскольку зависимость $m_0 = \lambda_0 = \psi(T)$ от T при M=2 (рис. 2, *а*) и при $T \to \infty$ значение $k_E(T) \to 15/16$, то формула (11а) аппроксимируется простым соотношением:

$$k_E(T) = \frac{15}{16}\begin{cases} [1 - 2\lambda_0(T)]/[1 - 2\lambda_0(T_m)], & T \le T_m, \quad T_m = \arg\min \lambda_0(T); \\ 1, & T > T_m. \end{cases} \tag{11б}$$

Зависимость (11б) приведена на рис. 2, *б* (сплошная линия), где $T_m = 1{,}85$ мс.

Шумовая составляющая отклика ТЛФ КС $n(t)$ (см. рис. 1) – есть стационарный аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ) с нулевым средним значением и односторонней спектральной плотностью мощности G_0.

Отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе СФ демодулятора ОКМ. С учетом того, что отклик СФ в момент $t = T_s$ принимает максимальное значение, найдем ОСШ на выходе СФ по известному соотношению [2]:

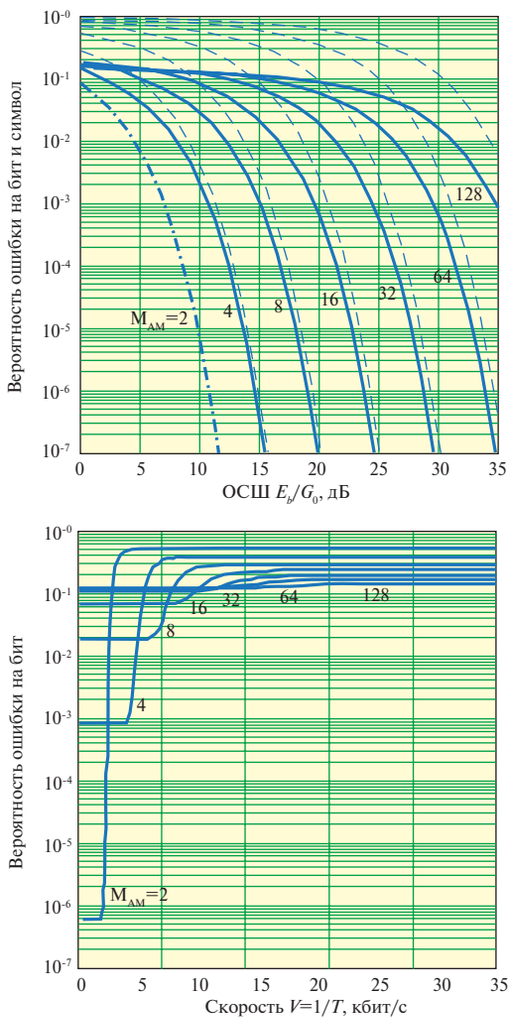

Рис. 6

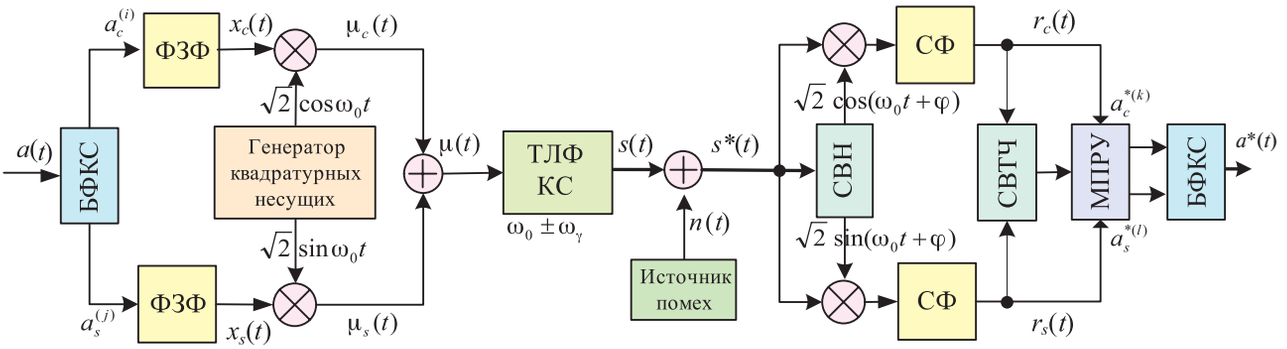

Рис. 7

$$h_{SF} = \sqrt{2E_y / G_0}\,. \tag{12}$$

Учитывая КПЕ в (11) и выражая энергию ОФС E_x, где $x(t), 0 \le t \le T_s$, через энергетическую базу (4) сигнала МАМ, получаем

$$E_x = d^2 T_s = \frac{3\overline{P_s}T_s}{(M^2-1)} = \frac{3\overline{E_s}}{(M^2-1)} = \frac{3E_b \operatorname{ld} M}{(M^2-1)}\,. \tag{13}$$

Тогда энергия информационной составляющей на выходе СФ ОКМ

$$E_y = k_E(T_s)E_x = \frac{3E_b \operatorname{ld} M}{(M^2-1)} k_E(T_s), \tag{14}$$

где E_b – энергия, затрачиваемая на передачу одного бита информационного сообщения $a(t)$.

Окончательно ОСШ на выходе СФ ОКГ, с учетом (12) и (14), составит

$$h_{SF,MAM} = \sqrt{\frac{2E_y}{G_0}} = \sqrt{\frac{E_b}{G_0}\frac{6 \operatorname{ld} M}{(M^2-1)} k_E(T \operatorname{ld} M)}\,. \tag{15}$$

График зависимости $h_{SF,MAM}$ (для модели ТЛФ КС с p=8) от скорости передачи V и $M = 2^m, m = \overline{1,10}$, при фиксированном $E_b / G_0 = 10^{0.1hdB}$, где $hdB = 10$ дБ, показан на рис. 3.

Соотношение (15) универсально и получено впервые. Оно показывает зависимость ОСШ на выходе СФ ОКГ от трех параметров: энергетического (на один двоичный символ) ОСШ, равного $h^2 = E_b / G_0$, числа уровней M сигнала МАМ; длительности T двоичного сообщения или его битовой скорости V=1/T. Из графика на рис. 3 хорошо виден обмен между энергетическим ресурсом СЦТ в виде ОСШ $h_{SF,MAM}$ и скоростью передачи V.

Вероятность ошибки при многопороговом приеме сигнала МАМ. Расчет средней вероятности символьной ошибки $p_{e,MAM}$ для рассматриваемой СЦТ с МАМ рассмотрим на примере сигнальной диаграммы при M=8, показанной на рис. 4, где $W(x|r_i)$ – условные гауссовские функции плотности вероятности (ФПВ) на множестве решений $\{r_i\}, i = \overline{0, M-1}$.

Средняя вероятность ошибки p (заштрихованные площади на рис. 4) на выходе оптимального РУ при наблюдении на его входе равновероятных двоичных (M=2) противоположных сигналов в смеси с гауссовским шумом определяется как [1, 2]:

$$p = 0{,}5erfc(\rho);\;\; erfc(\rho) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_{\rho}^{\infty} \exp(-x^2)dx, \tag{16}$$

где $\rho = h/\sqrt{2}$; h – ОСШ на входе РУ приемника двоичных сигналов.

В соответствии с рис. 4, учетом симметрии и условием нормировки гауссовской ФПВ, находим среднюю вероятность правильного решения $p_{pr,MAM}$ в МП РУ ОКМ:

$$\begin{aligned} p_{pr,MAM} &= \frac{1}{M}\left[2p + M(1-2p)\right] = \\ &= 1 - \left(1 - \frac{1}{M}\right)2p = 1 - \frac{M-1}{M}2p = 1 - p_{e,MAM}\,. \end{aligned} \tag{17}$$

С учетом (15)–(17), средняя вероятность символьной ошибки в СЦТ с МАМ составит

$$\begin{aligned} p_{e,MAM} &= \frac{M-1}{M}2p = \frac{M-1}{M} erfc\left(\frac{h_{SF,MAM}}{\sqrt{2}}\right) = \\ &= \frac{M-1}{M} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{G_0}\frac{3 \operatorname{ld} M}{M^2-1} k_E(T \operatorname{ld} M)}\right). \end{aligned} \tag{18}$$

При $M = 2^m$ средняя вероятность ошибки, приходящая на один бит,

$$p_{b,MAM} = p_{e,MAM} / \operatorname{ld} M = p_{e,MAM} / m. \tag{19}$$

Обобщенные зависимости $\lg(p_{b,MAM})$ от ОСШ $hdB = 10\lg(E_b / G_0)$ и скорости передачи V для M=2,4,8 показаны на рис. 5.

На рис. 6 приведены зависимости вероятностей ошибки на символ (штрихпунктирные линии) и на бит (сплошные), определяющие сечения зависимостей из рис. 5. На рис. 6, *а* построены зависимости от ОСШ при фиксированной скорости передачи, а на рис. 6, *б* – от скорости передачи при фиксированном ОСШ.

Соотношения (17)–(19) и построенные по ним зависимости (рис. 5 и 6) определяют потенциальную помехоустойчивость оптимальной СЦТ с МАМ. Они зависят от трех параметров: энергетического ресурса в виде ОСШ; числа

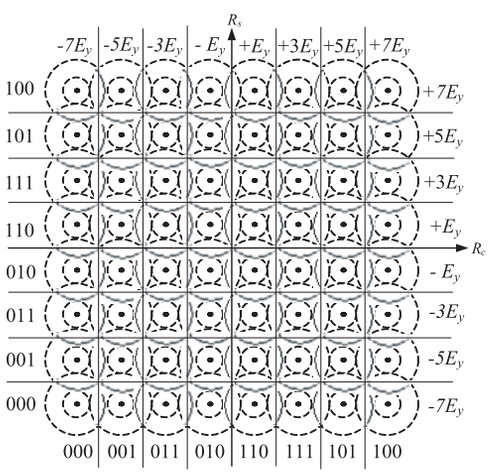

Рис. 8

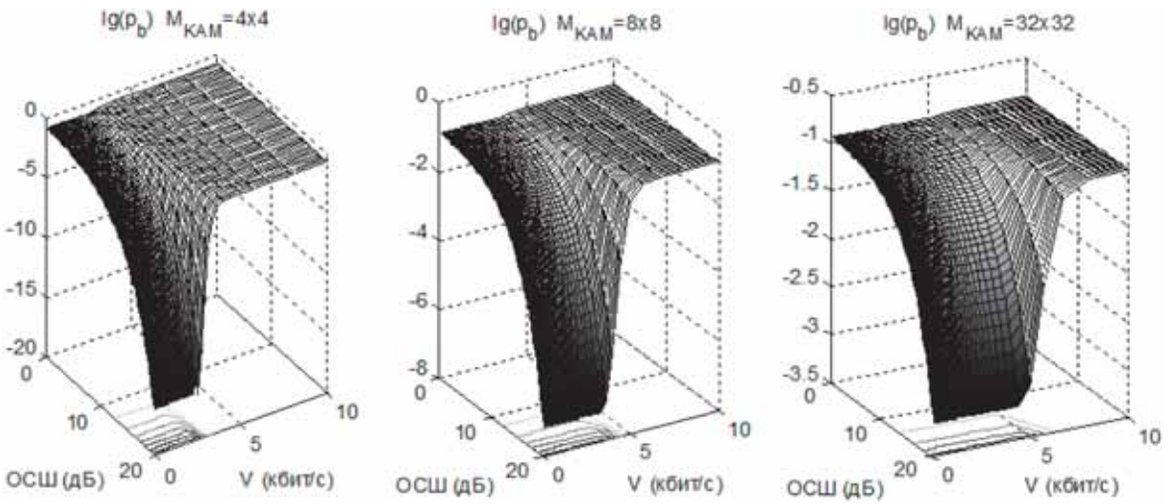

Рис. 9

уровней M сигнала МАМ и битовой скорости передачи V. Из графиков видно, что с увеличением числа уровней сигнала МАМ пределы энергетического ресурса (помехоустойчивости) СЦТ уменьшаются, а пределы скорости передачи или частотного ресурса (спектральной эффективности) увеличиваются.

Системы цифровой телефонии с КАМ. В современных цифровых системах передачи для увеличения их спектральной эффективности от сигналов МАМ переходят к сигналам КАМ. Модель СЦТ с КАМ приведена на рис. 7.

Здесь последовательность независимых и равновероятных двоичных сообщений $a(t)$ в блоке формирования квадратурных составляющих (БФКС) путем соответствующего объединения двоичных символов [2] преобразуется в две независимые последовательности сигналов МАМ с $M = 2^m$. Квадратурные сигналы МАМ представляют собой стационарные последовательности случайных равновероятных величин с нулевым средним, которые в моменты $t_k = k2T_s$, где $T_s = T \operatorname{ld} M$, принимают кусочно-постоянные значения, аналогичные (1).

Сигнал КАМ на выходе модулятора ОКМ (рис. 7) с учетом квадратурных несущих, сдвинутых по фазе на $\pi / 2\ (90^0)$, принимает вид:

$$\mu(t) = \sum_k a^i_{c,k} x(t - k2T_s)\sqrt{2}\cos\omega_0 t + \sum_k a^j_{s,k} x(t - k2T_s)\sqrt{2}\sin\omega_0 t, \qquad \omega_0 = 2\pi f_0, \tag{20}$$

где $x(t), 0 \le t \le 2T_s$ – ОФС длительности $2T_s$, согласованный с импульсной реакцией низкочастотного эквивалента ТЛФ КС и не вызывающий МСИ на его выходе [5]. При этом полезная составляющая отклика ТЛФ КС:

$$s(t) = \sum_k a^i_{c,k} y(t - k2T_s)\sqrt{2}\cos(\omega_0 t + \varphi) + \sum_k a^j_{s,k} y(t - k2T_s)\sqrt{2}\sin(\omega_0 t + \varphi), \tag{21}$$

где $y(t), 0 \le t \le 2T_s$ – ОФС без МСИ, согласованный с канальной функцией низкочастотного эквивалента ТЛФ КС и определенный в [5].

Вероятность ошибки при многопороговом приеме сигнала КАМ. Обработка наблюдаемого на приеме сигнала $s^*(t) = s(t) + n(t)$, где $n(t)$ – АБГШ, в двух квадратурных каналах детектора ОКМ с КАМ (см. рис. 6) одинакова и определяется соотношениями, эквивалентными рассмотреным при приеме сигналов МАМ (см. рис. 1). Различие состоит лишь в том, что при КАМ в МПРУ должны выноситься совместные решения о передаваемых символах a^i_c и a^j_s на множестве $\{r_{c,i}, r_{s,j}\}, i, j = \overline{0, M-1}$.

Расчет средней вероятности символьной ошибки $p_{e,КАМ}$ для СЦТ с КАМ рассмотрим на примере сигнальной диаграммы с $M_{КАМ} = 8 \times 8$, показанной на рис. 8.

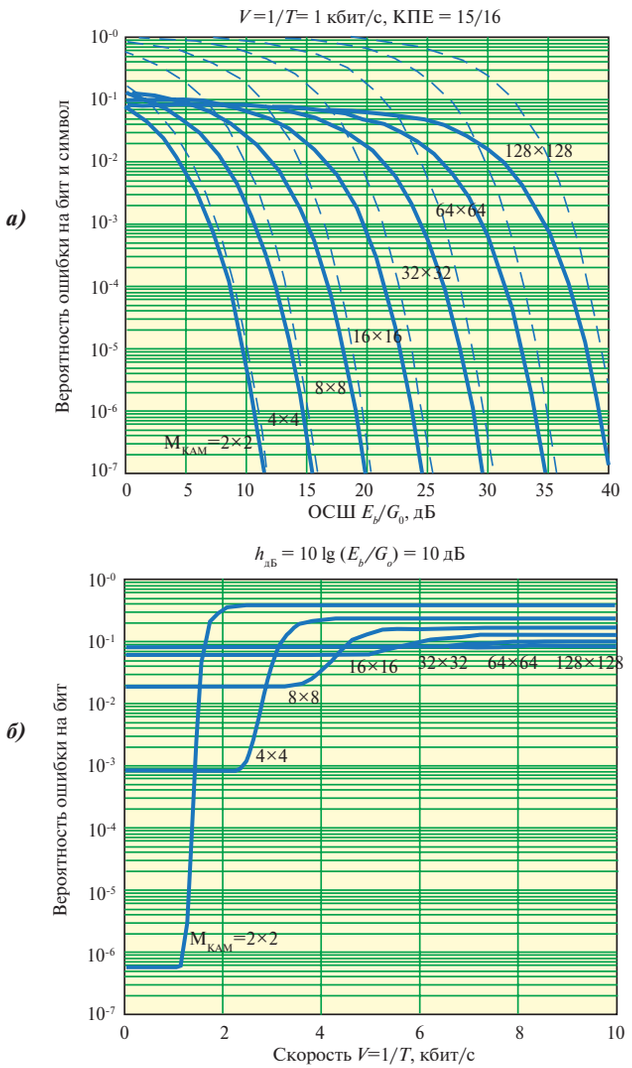

Рис. 10

Предположим, что все сигнальные точки равновероятны, среднее ОСШ при приеме сигналов КАМ такое же, как для МАМ, и определяется формулой (15). Разница состоит в том, что длительность КАМ символов в 2 раза больше, чем у МАМ. Отсюда получаем

$$h_{SF,KAM} = \sqrt{\frac{E_b}{G_0}\frac{6\,\mathrm{ld}\,M}{(M^2-1)}k_E(2T_s)}. \qquad (22)$$

Анализируя сигнальный граф (рис. 8) $8\times 8 = 64$-точечного созвездия сигнала КАМ, а также учитывая независимость сигналов в квадратурных каналах и обозначения, введенные в (17), находим соотношение для средней вероятности правильного приема сигнала КАМ:

$$\begin{aligned} p_{pr,KAM} &= \left\{\left[(M-2)(1-2p)\right]^2 + 4(M-2)(1-2p)(1-p) + 4(1-p)^2\right\} / M^2 = \\ &= \left[(M-2)(1-2p) + 2(1-p)\right]^2 / M^2 = \left[1-(1-M^{-1})2p\right]^2 = p^2_{pr,MAM}. \end{aligned} \qquad (23)$$

С учетом (22) и (23), средняя вероятность ошибки на символ при приеме сигнала КАМ определяется соотношением

$$\begin{aligned} p_{e,KAM} &= 1 - p^2_{pr,MAM} = \\ &= 1 - \left[1 - \frac{\sqrt{M_{KAM}}-1}{\sqrt{M_{KAM}}} erfc\left(\sqrt{\frac{E_b}{G_0}\frac{3\,\mathrm{ld}\,M_{KAM}}{2(M_{KAM}-1)}k_E(T\,\mathrm{ld}\,M_{KAM})}\right)\right]^2, \end{aligned} \qquad (24)$$

и иллюстрируется зависимостями, приведенными на рис. 9 и 10. Здесь $M_{KAM} = M \times M$, $M = 2^m$. Средняя вероятность ошибки, приходящая на один информационный бит, составит $p_{b,KAM} = p_{e,KAM} / 2m$.

Соотношения (22)–(24) определяют потенциальную помехоустойчивость оптимальной СЦТ с КАМ. Зависимости $\lg(p_{b,KAM})$ от ОСШ и скорости передачи для M_{KAM}, равных 4×4, 8×8, 16×16, показаны на рис. 9. На рис. 10 приведены зависимости вероятностей ошибки на символ (штрихпунктирные линии и на бит (сплошные), определяющие сечения зависимостей из рис. 9 (рис. 10, *а* – зависимости от ОСШ при фиксированной скорости передачи, *б* –от скорости передачи при фиксированном ОСШ).

Заключение. Результаты проведенного исследования применимы к анализу потенциальной помехоустойчивости системы цифровой телефонии с МАМ и КАМ. По заданным или полученным экспериментально характеристикам (импульсной реакции или передаточной функции) телефонного канала связи синтезируются (на входе и выходе канала) оптимальные, финитные во времени сигналы, не вызывающие МСИ и обеспечивающие максимум ОСШ на входе РУ приемника, или минимум средней вероятности ошибки на его выходе. В данном случае вместо сложного приема в целом реализуется простой поэлементный прием без задержки во времени решений. Это значительно сокращает время вхождения в связь при организации взаимодействия передающего и приемного интеллектуальных модемов, разработке которых в последнее время уделяется очень большое внимание.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Беллами Дж.** Цифровая телефония: Пер. с англ. / Под ред. А.Н. Берлина, Ю.Н. Чернышова. – М.: Эко-Трендз, 2004. – 640 с.
2. **Прокис Дж.** Цифровая связь: Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
3. **Блейхут Р.** Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 448 с.
4. **Клюев В.И.** Частотно-временные преобразования и прием дискретных сигналов в системах связи. – М: Радио и связь, 1990. – 208 с.
5. **Санников В.Г.** Синтез финитных сигналов Найквиста, согласованных с телефонным каналом связи // Электросвязь. – 2012. – № 5. – С. 9–12.

Получено 24.10.12