

## ТРЕБОВАНИЯ К ТОЧНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ И НАСТРОЙКИ КОЛЬЦЕВЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ КВАДРАТУРНЫХ КОЛЕБАНИЙ

**В.Н. Кулешов**, профессор НИУ МЭИ, д.т.н.  
**Д.В. Кочемасов**, аспирант НИУ МЭИ; KochemasovDV@gmail.com

**Ключевые слова:** кольцевой автогенератор, квадратурные колебания, погрешности формирования квадратурных колебаний, точность реализации и настройки колебательных систем.

**Введение.** Автогенераторы квадратурных колебаний (АГКК) представляют собой функциональные узлы радиотехнических устройств, которые используются в качестве опорных генераторов в квадратурных модуляторах (КМ), выполняющих операции переноса спектров радиотехнических сигналов из одной области частот в другую [1, 2]. Основной функцией АГКК является генерация двух квадратурных колебаний, т.е. колебаний, имеющих одинаковые амплитуды и разность фаз  $\pi/2$ .

В радиопередающих устройствах спектр информационного сигнала переносится в область сверхвысоких частот. При этом усиливается и передается на антенну верхняя боковая полоса (БП) выходного колебания КМ. Нижняя БП должна быть подавлена. Требования к ее уровню относительно верхней БП определяются нормами на электромагнитную совместимость и являются весьма жесткими (как правило, относительный уровень должен быть значительно ниже  $-20$  дБ). Эта величина непосредственно связана с точностью формирования квадратурных колебаний в опорном генераторе. При точной квадратурности колебаний на сигнальных входах КМ и колебаний опорного генератора относительный уровень нижней боковой составляющей спектра выходного колебания КМ был бы нулевым [2].

Связь между погрешностями реализации квадратурных колебаний и относительным уровнем нижней БП рассматривалась в [2, 3]. При проектировании и настройке АГКК необходимо установить и использовать связь между требованиями к точности формирования квадратурных колебаний и к погрешностям реализации параметров и настройки АГКК.

В данной работе для кольцевых АГКК – одного из наиболее перспективных классов таких генераторов [4–6] обоснованы и проанализированы требования к точности реализации параметров и настройки схем АГКК, вытекающие из требований к уровню подавления нижней БП в спектре выходного колебания КМ.

**Схемы и модели кольцевых АГКК.** Два примера упрощенных электрических схем АГКК, на примерах которых выполняется решение поставленной задачи, показаны на рис. 1 и 2. В каждой из схем используются два двухтранзисторных усилителя-ограничителя (УО) с генераторами постоянных токов в эмиттерных цепях каждой пары транзисторов [7]. В схеме (рис. 1) между УО включены две одноконтурные цепи связи; в схеме (рис. 2) цепи между каскадами – двухконтурные. Эта схема является аналогом схемы, рассмотренной в [4], но поставленная в данной работе задача там не решена.

В обеих схемах на резонансных частотах цепей связи выходные напряжения цепей сдвинуты по фазе относительно входных на  $\pi/2$ . Поэтому первые УО (на транзисторах VT1 и VT2) являются инвертирующими, а вторые – не инвертирующими. В идеальных АГКК характеристики обоих усилите-

лей и параметры колебательных контуров, входящих в кольца обратной связи, должны быть одинаковыми.

Модели таких АГКК показаны на рис. 3 и 4. В рассматриваемых моделях УО работа транзисторов описывалась моделью Эберса-Молла, а вольтамперные характеристики 1-го и 2-го каскадов  $i_1(u_1)$  и  $i_2(u_2)$  – формулами:

$$i_1(u_1) = \frac{\alpha I_0}{2} \left( 1 + th \left( \frac{u_1}{2\varphi_T} \right) \right); \quad i_2(u_2) = \frac{\alpha I_0}{2} \left( 1 - th \left( \frac{u_2}{2\varphi_T} \right) \right), \quad (1)$$

где  $u_1, u_2$  – входные напряжения 1-го и 2-го каскадов в схемах рис. 1 и 2;  $I_0$  – токи генераторов, включенных в эмиттерных цепях транзисторов (рис. 1 и 2);  $\alpha$  – коэффициенты передачи каждого из транзисторов по току в схеме с общей базой;  $\varphi_T$  – тепловой потенциал. Инерционность транзисторов в этих моделях не учитывалась.

**Уравнения стационарных режимов АГКК и их решение.** Для получения соотношений, связывающих фазовые и ам-

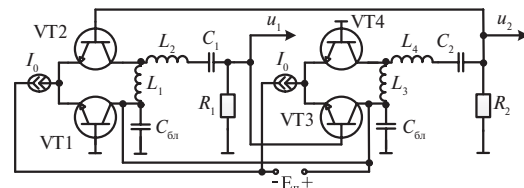


Рис. 1

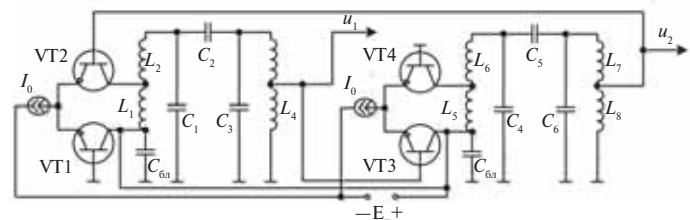


Рис. 2

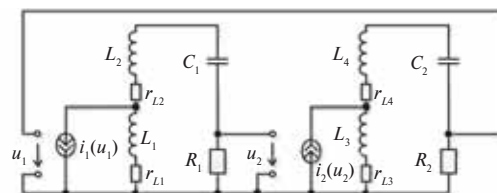


Рис. 3

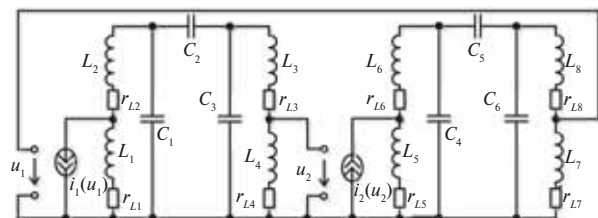


Рис. 4

плитудные погрешности формирования выходных квадратурных колебаний с параметрами моделей АГКК, выведены уравнения стационарных режимов обоих АГКК.

Для модели АГКК с одноконтурными цепями связи между УО (рис. 3) уравнения имеют вид:

$$(j\xi_1 + 1)\dot{U}_{20} = jR_{y1}S_1(U_{10})\dot{U}_{10}; \quad (2)$$

$$(j\xi_2 + 1)\dot{U}_{10} = -jR_{y2}S_1(U_{20})\dot{U}_{20}. \quad (3)$$

Здесь  $\dot{U}_{10} = U_{10} \exp(j\varphi_{10})$  и  $\dot{U}_{20} = U_{20} \exp(j\varphi_{20})$  – комплексные амплитуды стационарных колебаний на входах 1-го и 2-го усилителей;  $\xi_1 = 2\Delta\omega_1 Q_1 / \omega_{p1}$  и  $\xi_2 = 2\Delta\omega_2 Q_2 / \omega_{p2}$  – нормированные отстройки частот автоколебаний  $\omega_0$  от резонансных частот контуров  $\omega_{p1}$  и  $\omega_{p2}$ :

$$\Delta\omega_1 = \omega_0 - \omega_{p1}; \quad \Delta\omega_2 = \omega_0 - \omega_{p2}, \quad (4)$$

$Q_1$  и  $Q_2$  – добротности контуров;

$$R_{y1} = \omega_{p1} L_1; \quad R_{y2} = \omega_{p2} L_3$$

– управляющие сопротивления первого и второго контуров;

$$S_1(U_{k0}) = \frac{0,5I_0}{2\varphi_T} \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{\pi U_{k0}}{4 \cdot 2\varphi_T}\right)^{2,3}\right]^{2,3}}, \quad k = 1, 2 \quad (5)$$

– средние крутизны колебательных характеристик активных приборов УО, зависимости которых от амплитуд входных колебаний  $U_{10}$  и  $U_{20}$  предполагаются одинаковыми.

В результате решения системы уравнений стационарного режима (2), (3) получаем выражения для частоты автоколебаний:

$$\omega_0 = \frac{(\omega_{p2}/Q_2)}{(\omega_{p1}/Q_1) + (\omega_{p2}/Q_2)} \omega_{p1} + \frac{(\omega_{p1}/Q_1)}{(\omega_{p1}/Q_1) + (\omega_{p2}/Q_2)} \omega_{p2} \quad (6)$$

и разности фаз

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_{20} - \varphi_{10} = \frac{\pi}{2} - \arctg\left[\frac{\xi}{2}\right], \quad (7)$$

где

$$\xi = \frac{2(\omega_{p2} - \omega_{p1})}{\Delta\omega_{p1} + \Delta\omega_{p2}} \quad (8)$$

– обобщенная расстройка между контурами, включенными в кольцо обратной связи, а

$$\Delta\omega_{p1} = \frac{\omega_{p1}}{2Q_1}; \quad \Delta\omega_{p2} = \frac{\omega_{p2}}{2Q_2} \quad (9)$$

– полуширины полос этих колебательных контуров.

Кроме того, из комплексных уравнений (2), (3) получается система уравнений для амплитуд входных напряжений активных приборов:

$$U_{20}^2 S_1(U_{20}) R_{y2} = U_{10}^2 S_1(U_{10}) R_{y1}; \quad (10)$$

$$S_1(U_{10}) S_1(U_{20}) = \frac{1 + 0,25\xi_0^2}{R_{y1} R_{y2}}. \quad (11)$$

Легко видеть, что при одинаковых управляющих сопротивлениях контуров, включенных в цепи обратной связи в схеме (рис. 3), т.е. при

$$R_{y1} = R_{y2} = R_y \quad (12)$$

уравнение (10) выполняется при условии, что

$$U_{10} = U_{20} = U_0. \quad (13)$$

В этом случае уравнение (11) приводится к виду

$$S_1(U_0) = \frac{\sqrt{1 + 0,25\xi_0^2}}{R_y} \quad (14)$$

и с помощью (5) легко решается относительно  $U_0$ .

Из равенства (13) видно, что при выполнении условия (12) амплитуды выходных колебаний одинаковы. Если еще отсутствует расстройка между контурами, т.е.  $\xi_0 = 0$ , то в соответствии с (7) разность фаз между выходными колебаниями будет точно равна  $\pi/2$ .

С использованием уравнений (10) и (11) исследуем связь между параметрами АГКК, влияющими на стационарный режим, и погрешностями формирования квадратурных колебаний.

Для модели АГКК с двухконтурными цепями связи между УО (рис. 4) комплексные уравнения стационарного режима имеют вид [8]:

$$[(j\xi_1 + 1)^2 + \beta_1^2]\dot{U}_{20} = -j(1 + \beta_1^2)R_{y1}S_1(U_{10})\dot{U}_{10}; \quad (15)$$

$$[(j\xi_2 + 1)^2 + \beta_2^2]\dot{U}_{10} = j(1 + \beta_2^2)R_{y2}S_1(U_{20})\dot{U}_{20}. \quad (16)$$

Здесь  $\xi_1 = 2\Delta\omega_1 Q_1 / \omega_{p1}$  и  $\xi_2 = 2\Delta\omega_2 Q_2 / \omega_{p2}$  – нормированные отстройки частот автоколебаний  $\omega_0$  от резонансных частот парциальных контуров  $\omega_{p1}$  и  $\omega_{p2}$  1-й и 2-й цепей связи между УО (при этом в каждой из цепей резонансные частоты парциальных контуров предполагаются одинаковыми)

$$\beta_1 = \omega_{p1} C_2 R_{p1}; \quad \beta_2 = \omega_{p2} C_5 R_{p2}$$

– факторы связи между контурами в 1-й и 2-й цепях связи;

$$R_{p1} = \omega_{p1}(L_1 + L_2)Q_1 = \omega_{p1}(L_3 + L_4)Q_1;$$

$$R_{p2} = \omega_{p2}(L_5 + L_6)Q_2 = \omega_{p2}(L_7 + L_8)Q_2$$

– резонансные сопротивления парциальных контуров;

$$R_{y1} = p_{11}p_{12} \frac{\beta_1 R_{p1}}{1 + \beta_1^2}, \quad R_{y2} = p_{21}p_{22} \frac{\beta_2 R_{p2}}{1 + \beta_2^2}$$

– управляющие сопротивления 1-й и 2-й цепей связи на резонансных частотах;

$$p_{11} = \frac{L_1}{L_1 + L_2}, \quad p_{12} = \frac{L_4}{L_3 + L_4}, \quad p_{21} = \frac{L_5}{L_5 + L_6}, \quad p_{22} = \frac{L_8}{L_7 + L_8}$$

– коэффициенты включения выходных и входных цепей активных приборов.

Для упрощения дальнейших выкладок сделаем допущение о том, что факторы связи между контурами одинаковы, т.е.

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta. \quad (17)$$

Тогда для частоты автоколебаний в единственном устойчивом в данной схеме стационарном режиме имеем выражение, совпадающее с (6).

Для разности фаз в схеме (рис. 4) получаем

$$\Delta\varphi_{21} = \varphi_{20} - \varphi_{10} = -\frac{\pi}{2} - \arctg\left[\frac{\xi_0}{1 + \beta^2 - 0,25\xi_0^2}\right], \quad (18)$$

где  $\xi_0$  – обобщенная расстройка между резонансными частотами парциальных контуров 1-й и 2-й цепей связи (рис. 4), рассчитываемая по формулам (8) и (9).

Отметим, что из (18) следует, что при точном равенстве резонансных частот цепей межкаскадной связи, т.е. при  $\xi_0 = 0$  разность фаз между выходными колебаниями АГКК точно равна  $\pi/2$ .

Система уравнений для амплитуд входных напряжений активных приборов в схеме рис. 4, вытекающая из комплексных уравнений (15) и (16), при допущении (17) имеет вид:

$$U_{20}^2 S_1(U_{20}) R_{y2} = U_{10}^2 S_1(U_{10}) R_{y1}; \tag{19}$$

$$S_1(U_{10}) S_1(U_{20}) = \frac{(1 + \beta^2 - 0,25\xi_0^2)^2 + \xi_0^2}{(1 + \beta^2)^2 R_{y1} R_{y2}}. \tag{20}$$

Если в этих уравнениях выполняется равенство (12), то для решения уравнений (19), (20) выполняется равенство (13), т.е. амплитуды выходных колебаний будут одинаковы и равны  $U_0$ . В этом случае уравнение (20) приводится к виду:

$$S_1(U_0) = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{0,25\xi_0^2}{1 + \beta^2}\right)^2 + \left(\frac{\xi_0}{1 + \beta^2}\right)^2}}{R_y}. \tag{21}$$

С использованием (5) оно, как и (14), легко решается относительно  $U_0$ .

Таким образом, для обеих моделей АГКК получены выражения для частот автоколебаний и стационарной разности фаз, а также простые уравнения, позволяющие найти стационарные амплитуды. Используя их, можно перейти к анализу основных факторов, влияющих на погрешности формирования квадратурных колебаний. Однако сначала необходимо количественно сформулировать требования к допустимым значениям этих погрешностей.

**Результаты анализа требований к точности формирования квадратурных колебаний.** Анализ связи между требованиями к подавлению нижней БП и допустимыми отклонениями отношения выходных амплитуд  $U_{20}/U_{10}$  от единицы (далее – амплитудной погрешности) и разности фаз  $\theta_c$ , выраженной в радианах, от  $\pi/2$  (далее – фазовой погрешности) показал [2, 3], что при малых значениях этих погрешностей они связаны простым соотношением:

$$\left(\frac{U_{20}}{U_{10}} - 1\right)^2 + \theta_c^2 = 4 \cdot 10^h, \tag{22}$$

где  $h$  – это выраженное в децибелах отношение уровня нижней БП к уровню верхней. На рис. 5 показано семейство линий равного подавления нижней БП в плоскости амплитудной и фазовой погрешностей.

Из формулы (22) видно, что если найти выражения для обеих погрешностей через значения параметров схемы АГКК, то от требований к амплитудной и фазовой погрешностям формирования квадратурных колебаний легко перейти к требованиям к точности реализации параметров схемы АГКК.

**Требования к точности реализации и настройки АГКК.** Анализ стационарных режимов модели АГКК, показанной на рис. 3, позволил найти связь фазовой погрешности

$$\theta_c = \Delta\varphi_{21} - \frac{\pi}{2} = -\arctg\left[\frac{\xi_0}{2}\right]$$

с нормированной расстройкой между контурами модели АГКК (рис. 3). Если выполнено условие малости этой погрешности  $|\theta_c| \ll 1$ , то получаем вытекающее из (7), (8) простое выражение  $\theta_c$  через обобщенную расстройку между контурами:

$$\theta_c = -\frac{\xi_0}{2} = \frac{\omega_{p1} - \omega_{p2}}{\Delta\omega_{p1} + \Delta\omega_{p2}}. \tag{23}$$

Из (23) видно, что основной вклад в фазовую погрешность вносит расстройка между контурами межкаскадной связи. Чувствительность к этой расстройке тем выше, чем

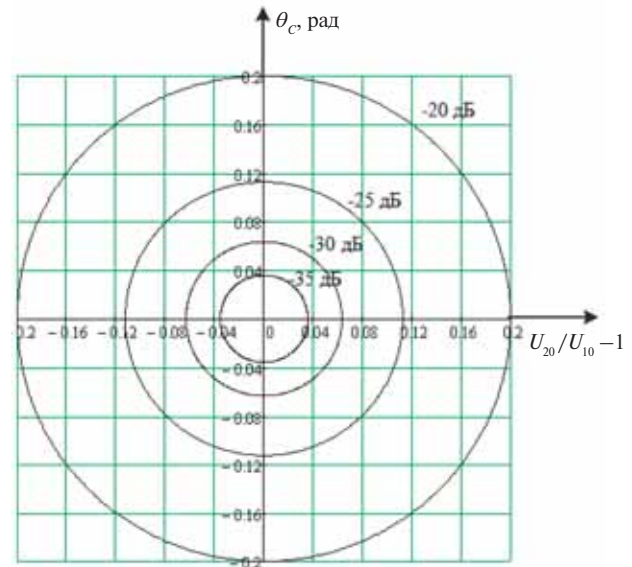


Рис. 5

меньше сумма полуширин полос контуров (9). Отметим, что чувствительность фазовой погрешности к расстройке между контурами тем ниже, чем шире полосы (т.е. ниже добротности) контуров. Чувствительность фазовой погрешности к амплитудам выходных колебаний в данной модели АГКК равна нулю.

Для получения формулы, связывающей малые отклонения отношения амплитуд квадратурных колебаний от единицы, с малыми отклонениями отношения управляющих сопротивлений от единицы, уравнения баланса амплитуд (10), (11) были решены методами теории чувствительности. Полученная таким образом формула имеет вид:

$$\frac{U_{20}}{U_{10}} - 1 = K_{RU}(\Phi) \left( \frac{R_{y2}}{R_{y1}} - 1 \right), \tag{24}$$

где  $K_{RU}(\Phi)$  – множитель, зависящий от запаса по самовозбуждению  $\Phi$ , АГКК. При выполнении неравенства  $\Phi \gg 2$ , справедливого для всех реальных АГКК, с погрешностью не более 10% этот множитель может быть принят равным минус 1.

Соотношения (23) и (24) позволяют перейти от требований к фазовым и амплитудным погрешностям формирования выходных колебаний в АГКК (рис. 3) к погрешностям реализации управляющих сопротивлений и настройки этих контуров.

Для АГКК с двухконтурными цепями межкаскадной связи (модель рис. 4) формула, связывающая фазовую погрешность  $\theta_c$  с погрешностью настройки контуров, вытекает из (18) и имеет вид:

$$\theta_c = \Delta\varphi_{21} + \frac{\pi}{2} = -\frac{\xi_0}{1 + \beta^2 - 0,25\xi_0^2}, \tag{25}$$

где  $\xi_0$  также определяется формулами (8) и (9), относящимися к параметрам парциальных контуров цепей межкаскадной связи.

Для оценки влияния малых отклонений отношения управляющих сопротивлений от единицы на отношение амплитуд выходных колебаний (рис. 4) остается справедливой формула (24), в которой сами управляющие сопротивления должны рассчитываться по формулам, приведенным в пояснениях к уравнениям (15), (16).

**Заключение.** Проведенный анализ стационарных режимов АГКК позволил получить в простой форме соотноше-

ния, позволяющие по заданным требованиям к погрешностям формирования квадратурных колебаний определить требования к точности реализации пассивных компонентов АГКК при одинаковых параметрах УО. В соотношения (23)–(25) входят лишь те обобщенные параметры, которые влияют на погрешности формирования в первом приближении.

Использование ограничений на обобщенные параметры позволяет более гибко задавать требования к конкретным параметрам контуров. Например, определив в соответствии с (23) требования к допустимой обобщенной расстройке, можно, используя формулы (8), (9), вывести требования к добротностям контуров с учетом реальных ограничений на эти параметры.

Отметим также, что для практической реализации более приемлемы схемы АГКК с двухконтурными цепями межкаскадной связи [4–6]. Формулы для АГКК с такими цепями связи, полученные и использованные в данной работе, применимы для двухконтурных фильтров, включенных «на проход» при любом способе связи между контурами.

---

#### ЛИТЕРАТУРА

---

1. **Мартыросов В.Е.** Теория и техника приема дискретных сигналов ЦСПИ. — М.: Радиотехника, 2005. — 144 с.
2. **Tiiliharju E.** Integration of broadband direct-conversion quadrature modulators / Doctoral dissertation. Helsinki University of Technology. — ТКК Dissertations 56. Espoo 2006. — 119 p.
3. **Кулешов В.Н., Кочемасов Д.В.** Точностные характеристики кольцевых автогенераторов квадратурных колебаний / Сб. докл. НТС «Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов в инфокоммуникациях». — Йошкар-Ола, 2012. — С. 93–95.
4. **ElSayed A., Elmary M.** Low-phase noise LC quadrature VCO using coupled tank resonators in a ring structure // IEEE J. Solid-State Circuits. — 2001. — Vol. 36, №4. — P. 701–705.
5. **Chamas I.R., Raman S.** A comprehensive analysis of quadrature signal synthesis in cross-coupled RF VCOs // IEEE Trans. Circuits Syst. 1, Reg. Papers. — 2007. — Vol. 54, №4. — P. 689–704.
6. **Decanis U., Ghilioni A., Monaco E. et al.** A low-noise quadrature VCO based on magnetically coupled resonators and a wideband frequency divider at millimeter waves // IEEE J. Solid State Circuits. — 2011. — Vol. 46, №12. — P. 2943–2955.
7. **Кулешов В.Н., Пацекин М.П.** Двухтранзисторные усилители мощности и автогенератор с источником тока в цепи эмиттеров // Изв. вузов. Радиоэлектроника. — 1977. — Т. 20, №3. — С. 92–97.
8. **Евтянов С.И., Кулешов В.Н.** Флуктуации в автогенераторах // Радиотехника и электроника. — 1961. — Т. 6, № 4. — С. 496–505.

Получено 09.01.13