

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ СИГНАЛОВ

УДК.621.396

МЕТОДИКА ТРАНСФОРМАЦИИ СИГНАЛЬНОГО СОЗВЕЗДИЯ СИГНАЛА КАМ-16 С ИЗМЕНЕНИЕМ ЕГО ФОРМЫ

А. Ю. Гужва, начальник группы отдела Главного управления научно-исследовательской деятельности МО РФ, к.т.н.; guzhvaayu@mail.ru

С. В. Дворников, профессор Военной академии связи (ВАС), д.т.н.; profdv_sv@mail.ru

А. А. Русин, доцент кафедры ВАС, к.т.н.; arusin@yandex.ru

А. В. Пшеничников, доцент кафедры ВАС, к.т.н.; alex77psh@yandex.ru

Представлены результаты исследования трансформации сигнальных созвездий квадратурной амплитудной модуляции. Предлагается методика, обеспечивающая поиск компромиссных решений между требуемым значением пик-фактора и допустимым минимальным евклидовым расстоянием.

Ключевые слова: помехоустойчивость, сигнальное созвездие, вектор сигнального созвездия, квадратурная амплитудная модуляция.

Введение. Одна из актуальных задач, связанных с повышением эффективности функционирования линий радиосвязи (ЛРС), — увеличение их пропускной способности. Искомое решение, в частности, может быть получено в результате применения сигнально-кодовых конструкций (СКК), среди которых в ЛРС с релеевскими замираниями наибольшее применение получили четырехуровневые сигналы квадратурно-амплитудной модуляции (КАМ-16).

Между тем, анализ энергетических параметров сигналов КАМ-16 показывает, что они обладают относительно большим значением пик-фактора (ПФ), что обусловлено высоким уровнем пиковой мощности отдельных точек, отображаемых на сигнальных созвездиях (СС). Очевидно, что снижение значения ПФ можно обеспечить трансформацией СС (transformation signal constellation) СКК КАМ-16. Однако трансформация положения любой из точек СС приведет к изменению помехоустойчивости приема такого сигнала и, как следствие, к изменению эффективности функционирования ЛРС. Таким образом, возникает противоречие между необходимостью снижения ПФ и сохранением требуемого значения помехоустойчивости.

В статье обосновываются требования к трансформации СС, направленные на разрешение указанного противоречия.

Метод фазоамплитудной манипуляции. Для традиционных СКК КАМ-16, используемых на ЛРС, сигнальное созвездие образуют точки A_1, \dots, A_{16} (рис. 1). В данном случае СКК КАМ-16 формируется с помощью метода фазоамплитудной манипуляции сигналов $\sin\omega t$ (синфазный канал I) и $\cos\omega t$ (квадратурный канал Q) [1]. Суть метода состоит в следующем. Из напряжений исходного сигнала $U_{\text{исх}}$ формируют начальные уровни U_1 и U_3 синфазной и квадратурной составляющих сигнала. Затем, в зависимости от значения информационной битовой последовательности эти составляющие суммируют. Причем $U_{\text{исх}} = 3U_1$, $U_{\text{исх}} = U_3$.

Между тем анализ СС данной СКК показал, что геометрические координаты точек A_1, A_4, A_{16}, A_{13} в значительной степени отличаются от остальных. Именно эти различия негативно сказываются на показателе ПФ СКК КАМ-16. С целью снижения величины ПФ предлагается изменить на СС геометрическое положение точек, имеющих наибольшее значение пиковой мощности, и тем самым трансформировать СКК. При этом углы векторов СС, образуе-

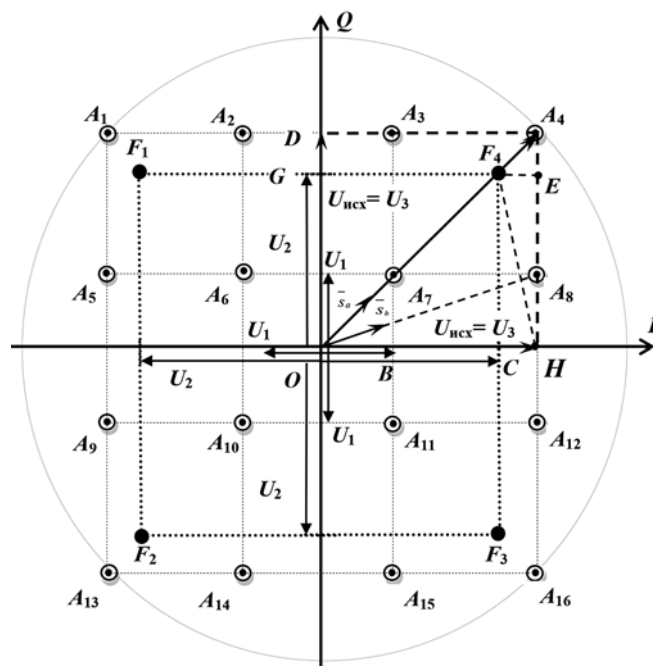


Рис. 1. Сигнальное созвездие СКК КАМ-16

мые началом координат и точками A_1, \dots, A_{16} , изменяться не будут.

Очевидно, что снижение пиковой мощности точек A_1, A_4, A_{13}, A_{16} связано с изменением их геометрического положения в проекции плоскости СС, образуемой синфазной и квадратурной составляющими. Точки F_1, F_4, F_3, F_2 определяют положение точек A_1, A_4, A_{16}, A_{13} после их трансформации на сигнальной плоскости (см. рис. 1). Следует заметить, что проведенная трансформация не связана с кардинальными изменениями формы СС. Но очевидно, что в этом случае изменится взаимное расстояние между трансформируемыми и остальными точками СС. Между тем одна из особенностей СКК КАМ состоит в том, что их минимальное евклидово расстояние (МЕР) как раз и определяется расстоянием от крайних точек до ближайших к ним [1]. Следовательно, их трансформация неизбежно приведет к снижению МЕР, т.е. к уменьшению помехоустойчивости. С другой стороны, снижение значения ПФ в результате трансформации созвездия — наоборот способствует повышению помехоустойчивости.

Расчет и моделирование параметров СКК. Для выявления компромиссных решений проведем следующие расчеты. С учетом симметричности СС на его плоскости расчеты представлены для правого верхнего квадранта, выделенного на рис. 1 координатными осями OI и OQ . Согласно [1], ПФ можно определить как отношение пиковой амплитуды U_n СКК к ее среднему значению $U_{\text{ср}}$:

$$\Pi \triangleq \frac{U_{\text{п}}}{U_{\text{ср}}} \tag{1}$$

Рассчитаем пиковую амплитуду $U_{\text{п}}$ для СС традиционной формы СКК КАМ-16 как величину напряжения, определяемую модулем вектора $|OA_4|$, которую вычислим из треугольника OA_4H (см. рис. 1):

$$U_{\text{п}} = \sqrt{2} U_{\text{исх}} \approx 1,41 U_{\text{исх}} \tag{2}$$

Среднее значение $U_{\text{ср}}$ для СКК традиционной формы

$$U_{\text{ср}} = \frac{|OA_4| + |OA_3| + |OA_8| + |OA_7|}{4}$$

При этом значение $|OA_7|$ вычислим из треугольника OA_7B :

$$|OA_7| = \sqrt{2 \left(\frac{U_{\text{исх}}}{3} \right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{3} U_{\text{исх}} \tag{3}$$

Значения $|OA_3| = |OA_8|$ можно рассчитать из треугольника OA_8H или $OD A_3$:

$$|OA_3| = |OA_8| = \sqrt{\left(\frac{U_{\text{исх}}}{3} \right)^2 + U_{\text{исх}}^2} = \frac{\sqrt{10}}{3} U_{\text{исх}} \tag{4}$$

Тогда

$$U_{\text{ср}} = \frac{\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{2\sqrt{10}}{3}}{4} U_{\text{исх}} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2\sqrt{10}}{12} U_{\text{исх}}$$

Результирующее значение ПФ вычислим в виде:

$$\Pi \triangleq \frac{U_{\text{п}}}{U_{\text{ср}}} = \frac{12\sqrt{2} U_{\text{исх}}}{(3\sqrt{2} + \sqrt{2} + 2\sqrt{10}) U_{\text{исх}}} = \frac{6}{2 + \sqrt{5}} \approx 1,42 \tag{5}$$

Аналогичные расчеты проведем для трансформируемой формы СКК КАМ-16. В этом случае пиковое значение амплитуды

$$U_{\text{п}}'' = |OF_4| = \beta |OA_4| \tag{6}$$

где β — коэффициент, определяющий положение новой точки на плоскости трансформируемой формы СКК КАМ-16. С учетом того, что у такой формы СКК значение ПФ должно быть меньше исходного, величину β целесообразно выбирать исходя из условия $0 < \beta < 1$.

Тогда $|OF_4| = \beta |OA_4| = \beta \sqrt{2} U_{\text{исх}}$.

Значение напряжения $U_{\text{ср}}''$ определим как

$$U_{\text{ср}}'' = \frac{|OF_1| + |OA_3| + |OA_8| + |OA_7|}{4} = \frac{\beta\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{10}}{12} U_{\text{исх}}$$

а ПФ рассчитаем с помощью выражения

$$\Pi'' \triangleq \frac{U_{\text{п}}''}{U_{\text{ср}}''} = \frac{12\sqrt{2}}{\beta\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2\sqrt{10}} \approx \frac{16,97^2}{1,41^2 + 10,57} \tag{7}$$

Анализ (7) позволяет сделать следующее заключение. Повышение помехоустойчивости для трансформируемой формы СКК КАМ-16 обеспечивается при значении β равном 0,68.

Вместе с тем, изменение структуры СС в целях минимизации значения ПФ приводит к уменьшению МЕР, что снижает помехоустойчивость приема такого сигнала [1].

Рассчитаем вероятность ошибки приема элемента сигнала с учетом трансформации СКК. Предположим, что ЛРС функционирует в условиях воздействия быстрых замираний, аппроксимируемых законом распределения Релея. Тогда точки вектора СС для рассматриваемого квадранта будут найдены следующим образом: $\bar{x}_a = \sqrt{P_a} s_a$, $\bar{x}_b = \sqrt{P_b} s_b$, где $\sqrt{P_a}$, $\sqrt{P_b}$ — эффективные значения напряжений векторов СС, определяющие мощность сигнала КАМ-16; s_a , s_b — единичные векторы, определяющие положение точки вектора СС относительно осей синфазной и квадратурной составляющих. В общем случае $\bar{s}_a^T \times \bar{s}_b = 1$, где верхний индекс означает операцию транспонирования.

Обозначим $\lambda^2 = |\bar{s}_a^T \times \bar{s}_b|^2$. Величина λ^2 обуславливает взаимное расположение точек сигнального созвездия СКК КАМ-16. При этом $\lambda^2 \neq 1$ (в противном случае вектор СС переходит сам в себя).

Рассмотрим вероятность ошибки приема элемента СКК КАМ-16 с позиции проявления вероятности парной ошибки ($P(\bar{x}_a \rightarrow \bar{x}_b)$), под которой будем понимать вероятность правильного отображения точки вектора СС, т.е. вероятность проявления вектора \bar{x}_b при условии отображения вектора \bar{x}_a .

Для аналитического представления вероятности парной ошибки с учетом трансформации СКК сигнала КАМ-16 воспользуемся подходом, изложенным в [3]:

$$P(\bar{y} / \bar{x}) = \exp(-\text{tr}(\bar{\Lambda}^{-1} \bar{y}^T)) / (\pi^{T_0} \det(\Lambda)) \tag{8}$$

где $\bar{\Lambda} = \bar{I}_t + \sqrt{h_0^2} \bar{x}^T$; $\bar{y} = \mathbf{A} \exp(j\Theta) \sqrt{h_0} \bar{I}_t + h_0 \bar{x}^T$; \bar{I}_t — единичный вектор; h_0^2 — отношение мощности сигнала к спектральной плотности мощности шума (ОСШ); T_0 , \mathbf{A} , Θ — период, амплитуда, фаза сигнала, соответственно.

С учетом введенных понятий и ограничений величина $P(\bar{y} / \bar{x})$ будет описываться выражением:

$$P(\bar{y} / \bar{x}) = P(\bar{x}_a \rightarrow \bar{x}_b) = P\left(\frac{1}{1/h_0 + P_a} \text{tr}(\bar{y}^T \bar{x}_b \bar{x}_b^T \bar{y}) - \ln(1 + h_0 P_a)\right) \tag{9}$$

Тогда окончательная формула для расчета парной ошибки принимает вид [4]:

$$P(\bar{x}_a \rightarrow \bar{x}_b) = 0,5 [1 - \text{sgn}(q_m)] \exp(-|q_m| k_m [1 + \text{sgn}(q_m)]) - 0,5 \left[1 + \frac{1 + \sqrt{h_0^2} P_b}{k_m^2 h_0^2 P_a P_b (1 - \lambda^2(a,b))} \right]^{-1/2} \times \exp\left(-(\text{sgn}(q_m) + 0,5 \left[1 + \frac{1 + \sqrt{h_0^2} P_b}{k_m^2 h_0^2 P_a P_b (1 - \lambda^2(a,b))} \right]^{-1/2})\right) + 0,5 \text{sgn}(q_m) \exp\left[-\left(\text{sgn}(q_m) + \sqrt{1 + \frac{1 + \sqrt{h_0^2} P_b}{k_m^2 h_0^2 P_a P_b (1 - \lambda^2(a,b))}}\right) k_m |q_m|\right] \tag{10}$$

где $k_m = \frac{h_0 P_a (1 - \lambda^2(a,b)) + P_b / P_a - 1}{2 h_0 P_a (1 - \lambda^2(a,b))}$ и

$q_m = \frac{1 + \sqrt{h_0^2} P_a}{1 + \sqrt{h_0^2} P_b}$ — промежуточные параметры расчета;

h_0^2 — текущее значение ОСШ; P_a, P_b — мощности соответствующих точек СС.

Результаты моделирования, характеризующие зависимость вероятности парной ошибки (т.е. потенциальные возможности неправильного принятия решения о значении ВСС \bar{X}_a , отображаемого точкой на плоскости сигнального созвездия) от варьируемой величины мощности P_a ВСС \bar{X}_a пред-

ставлены на рис. 2. При моделировании предполагалось, что мощность $P_b = 1$ Вт, $h_0^2 = 100$, $\sqrt{\lambda^2} = 0,1$.

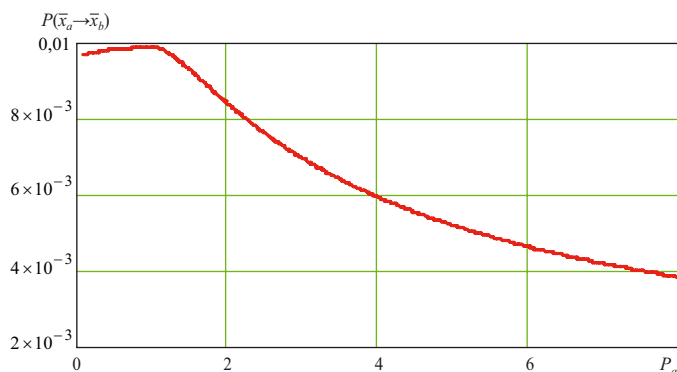


Рис. 2. Зависимость вероятности парной ошибки от значения мощности точки вектора сигнального созвездия P_a

Результаты моделирования, характеризующие зависимость вероятности парной ошибки $P(x_a \rightarrow x_b)$ от значения мощности вектора СС P_b , наиболее близко расположенного к рассматриваемому, при тех же условиях представлены на рис. 3.

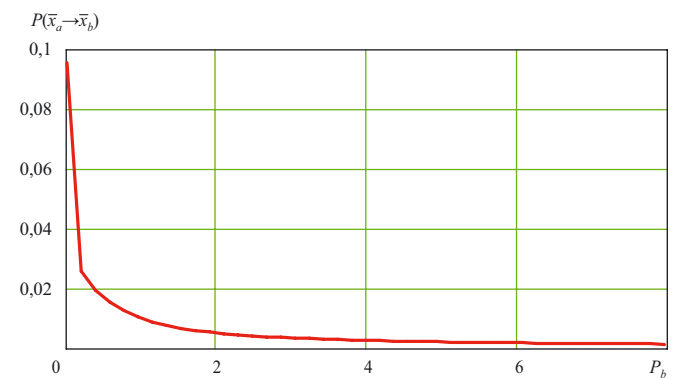


Рис. 3. Зависимость вероятности парной ошибки от мощности точки вектора сигнального созвездия P_b

На рис. 4 представлены результаты моделирования зависимости $P(x_a \rightarrow x_b)$ от соотношения мощностей P_a и P_b ($h_0^2 = 100$, $\lambda = 0,1$).

Анализ результатов, представленных на рис. 2–4, показал, что наилучшее значение вероятности парной ошибки достигается при выполнении условия равенства мощностей P_a и P_b . Вместе с тем, при выполнении данного условия обеспечивается наилучший показатель ПФ для СКК КАМ-16. Таким образом, в результате трансформации СКК КАМ-16 можно улучшить либо значение ПФ сигнала, либо вероятность парной ошибки.

Кроме того, вероятность парной ошибки при определенных условиях не зависит от значений данных мощностей. Такие условия наступают при превышении каждым из значений P_a и P_b величины средней мощности спектральной мощности шума более чем на 14 дБ (для канала с релейскими замираниями). В рассматриваемом эксперименте указанным условиям соответствуют значения $P_a > 4$ Вт и $P_b > 4$ Вт (см. рис. 4). Вместе с тем, существуют области значений P_a и P_b , где данный показатель достигает наихудшего значения. В данном эксперименте $P_a < 4$ Вт и $P_b < 4$ Вт (см. рис. 4). При этом формирование конструкций СКК с большими значениями пиковых мощностей приводит к ухудшению их ПФ.

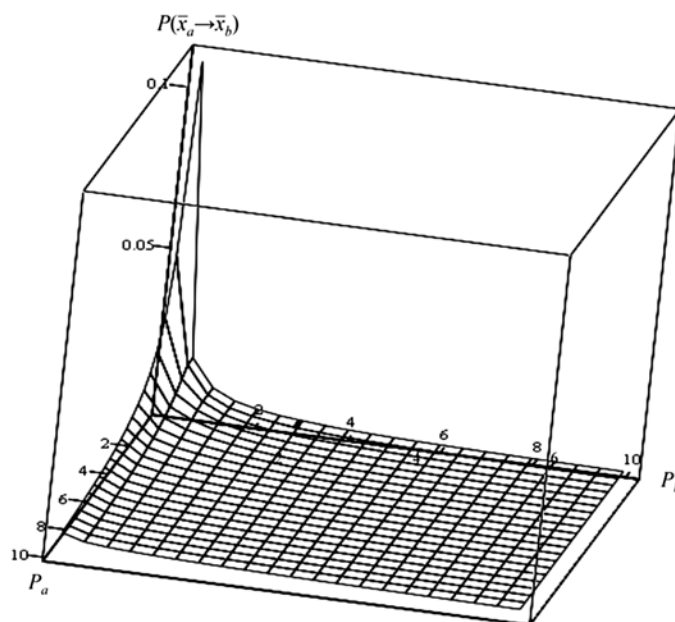


Рис. 4. Зависимость вероятности парной ошибки от взаимных значений мощностей P_a и P_b

Методика улучшения показателя ПФ. Результаты теоретических исследований и проведенного моделирования позволяют сделать следующее заключение. Трансформация сигнального созвездия СКК КАМ-16 может быть применена в целях улучшения значения ПФ сигнала, или вероятности парной ошибки. Для достижения требуемого показателя предлагается следующая методика.

Для улучшения значения ПФ СКК:

- определяются точки сигнального созвездия СКК с максимальным значением пиковой мощности;
 - по (7) рассчитывается ПФ сигнала с учетом значения β ;
 - исходя из требований к значению ПФ из формулы (7) вычисляется величина β ;
 - векторы СКК с максимальным значением пиковой мощности умножаются на множитель β ;
 - по (10) рассчитывается вероятность парной ошибки для трансформированного СС. При этом значению P_a соответствует точка созвездия, определяемого вектором после умножения его на β , а значению P_b — точка созвездия с МЕР по отношению к точке P_a ;
 - полученный результат сравнивается с требуемым значением вероятности парной ошибки и при необходимости по требуемому значению данного параметра определяются новые значения P_a и P_b (см. рис. 4).
 - при выборе новых значений P_a и P_b необходимо обеспечить, чтобы показатели P_b как у исходного, так и трансформированного сигнального созвездия не менялись;
 - определяется новая величина β как отношение нового значения P_a при условии $P_a > P_b$ к его первоначальному значению (до трансформации СКК КАМ-16). Если обеспечение требуемого значения вероятности парной ошибки возможно только при условии $\beta > 1$, то очевидно, что улучшить значение ПФ сигнала КАМ-16 не представляется возможным;
 - по формуле (7) рассчитывается новое значение ПФ сигнала.
- Для улучшения вероятности парной ошибки СКК КАМ-16 по показателю значения ПФ:
- по требуемому значению вероятности парной ошибки определяются величины P_a и P_b ;

- рассчитывается величина β как отношение значения P_a (после трансформации СКК КАМ), при условии $P_a > P_b$, к ее первоначальному значению (до трансформации СКК КАМ);
- по (7) рассчитывается величина ПФ сигнала. Если полученное значения ПФ превышает требуемое, то из формулы (7) вычисляется новое значение β ;
- векторы СКК КАМ-16 с максимальным значением пиковой мощности умножаются на новую величину β . Далее по (10) рассчитывается вероятность парной ошибки для трансформированного созвездия;
- если рассчитанное значение парной ошибки превышает заданное, то улучшить помехоустойчивость сигнала КАМ-16 за счет трансформации СКК КАМ-16 не представляется возможным.

Предложенную методику можно обобщить для случая поворота произвольного вектора СС СКК КАМ-16. Отметим, что подобная трансформация приводит к изменению формы СКК КАМ-16.

Предположим, что вектор СС СКК КАМ-16 $\overline{OA_4}$ трансформируется в вектор $\overline{OF_4}$ (см. рис. 5).

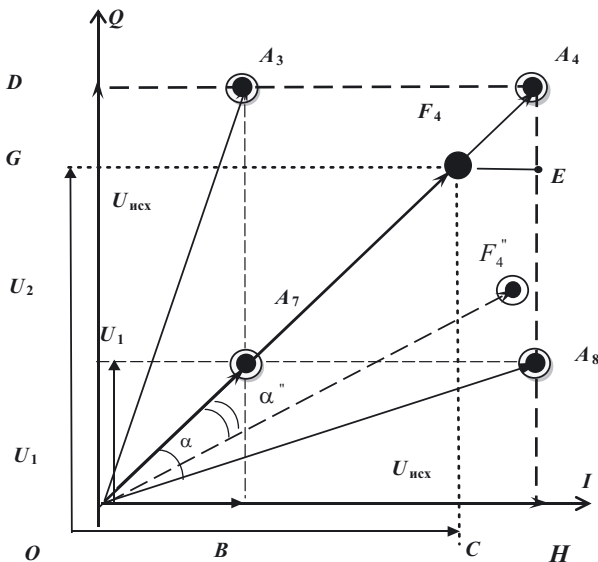


Рис. 5. Сигнальное созвездие СКК КАМ-16 после трансформации

Для выполнения такой трансформации СКК КАМ-16 в начальный момент вектор СС $\overline{OA_4}$ преобразуется в вектор $\overline{OF_4}$. Методика выполнения данного преобразования и результаты анализа помехоустойчивости трансформированной таким образом СКК КАМ-16 приведены выше. Далее вектор $\overline{OF_4}$ поворачивается на угол α .

В рассматриваемом случае при повороте $\overline{OF_4}$ без изменения эффективного значения напряжения точки СС, определяемой данным вектором, значение ПФ сигнала КАМ-16 не изменяется и характеризуется выражением (7). Вместе с тем при дальнейшей трансформации вектора СС КАМ-16 изменяется значение МЕР, что обуславливает снижение помехоустойчивости приема такого сигнала.

Для оценки помехоустойчивости трансформированного сигнала с изменением формы СС, как и в случае трансформации СКК КАМ-16 без изменения ее формы, может быть использован подход, изложенный в [3, 4]. В результатах моделирования, представленных на рис. 6, при вычислении вероятности парной ошибки, характеризуемой выражением (10), учтено значение произведения векторов СС КАМ-16, что как раз и моделируется поворотом произвольного вектора СС СКК КАМ-16.

Результаты, представленные на рис. 6, в общем случае характеризуют зависимость вероятности парной ошибки от значения косинуса угла между ВСС и позволяют сформулировать требования к углу поворота вектора СС при заданных значениях помехоустойчивости приема такого сигнала. Таким образом, методику трансформации сигнального созвездия СКК КАМ-16 без изменения его формы, приведенную ранее, с учетом поворота вектора СС целесообразно дополнить следующим пунктом: при повороте произвольного вектора СС СКК КАМ-16 угол поворота выбирается таким образом, чтобы выполнялись требования к вероятности парной ошибки (см. рис. 6).

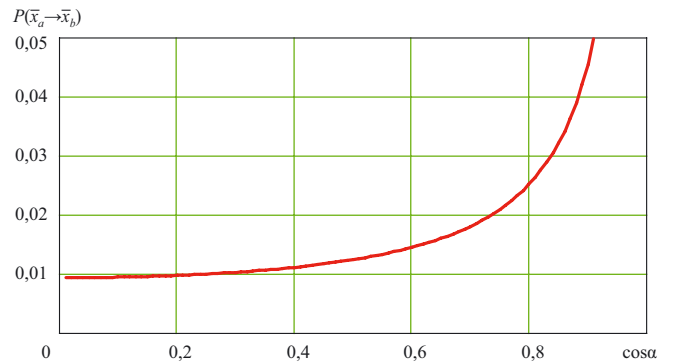


Рис. 6. Зависимость вероятности парной ошибки от значения угла между векторами СС

Заключение. Разработанная методика может быть применена при проектировании современных средств связи, использующих любые СКК. При этом технически трансформированные СКК могут быть получены методом сложения квадратов синфазной и квадратурной составляющих формируемого ВСС с последующим извлечением из полученного значения квадратного корня.

Аппаратная реализация предлагаемого метода формирования трансформированных СКК наиболее целесообразна на основе SDR- технологий. Решающее устройство радиоприемника, обрабатывающего трансформированную СКК, может не отличаться от решающего устройства, обрабатывающего нетрансформированную СКК. Повышение достоверности обработки информации в этом случае достигается за счет улучшения энергетических параметров радиосигнала, характеризуемых, в частности, ПФ сигнала.

Для кодирования элементов трансформированной СКК предлагается использовать код Грея. В этом случае функционирование сети радиосвязи может обеспечиваться путем использования стандартных декодеров. Дальнейшие направления исследований предполагается связывать с оптимизацией структуры транспонируемых созвездий при их применении в каналах с OFDM-модуляцией.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Скляр Б.** Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение, 2-е изд. Пер. с англ.— М.: Издательский дом «Вильямс», 2003.
2. **Yen-Ming Chen, Yeong-Luh Ueng.** Noncoherent Amplitude/Phase Modulated Transmission Schemes for Rayleigh Block Fading Channels // IEEE Transaction on communication.— January 2013.— Vol. 61.— № 1.
3. **Raphaeli D.** Noncoherent coded modulation // IEEE Transaction on communication.— February 1996.— Vol. 44.— № 2.